1. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 섭니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

2. $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수 a, b, c 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

132 를 소인수분해하면 $132 = 2^2 \times 3 \times 11$ 이다. 한편 $2^a \times 3^b \times 11^c$ 이 132 를 약수로 가지므로 a 는 2 보다 크거나 같고, b 는 1 보다 크거나 같다. 또한 c 도 1 보다 크거나 같다.
따라서 a, b, c 의 최솟값은 각각 $2, 1, 1$ 이므로 구하는 합은 $2 + 1 + 1 = 4$ 이다.

3. 약수의 개수가 12 개인 가장 작은 자연수를 구하면?

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 36 ⑤ 60

해설

$12 = 2 \times 2 \times 3$ 이므로
$(1+1) \times (1+1) \times (2+1)$ 에서 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$

4. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3 꼴이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

5. 7 로 나누면 나머지가 6, 6 으로 나누면 나머지가 5, 5 로 나누면 나머지가 4, 4 로 나누면 나머지가 3, 3 으로 나누면 나머지가 2가 되는 최소의 자연수에서 각자리 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

조건을 만족하는 수는
(7, 6, 5, 4, 3 의 공배수)−1 의 꼴이고
7, 6, 5, 4, 3 의 최소공배수는 420 이다.
따라서 최소의 자연수는 $420 - 1 = 419$ 이다.
$\therefore\ 4 + 1 + 9 = 14$

6. 희정이는 1 과 100 사이의 자연수 중에서 $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도, $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

구하는 수를 a 라 하면

$\frac{1}{3} \times a =$ (자연수) , $\frac{1}{8} \times a =$ (자연수) 가 되는 a 는 3 과 8 의 공배수이므로,

3 과 8 의 최소공배수는 24

따라서 24, 48, 72, 96 의 4 개

7. $<< x >>$ 를 $-x < a < x$ 인 정수 a 의 개수라고 할 때, 다음을 구하여라.
$<< 5 >> + << 2.8 >>$

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$<< 5 >>$ 는 $-5 < a < 5$ 인 정수 a 의 개수
$<< 5 >> = 5 - (-5) - 1 = 9$
$<< 2.8 >>$ 은 $-2.8 < a < 2.8$ 인 정수 a 의 개수
$<< 2.8 >> = 2 \times 2 + 1 = 5$
$\therefore << 5 >> + << 2.8 >> = 9 + 5 = 14$

8. x는 $-\frac{5}{7} < x < \frac{9}{4}$이면서 유리수라 할 때, 분모가 8인 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$-\frac{6}{8} < -\frac{5}{7} < -\frac{5}{8}$ 이고, $\frac{9}{4} = \frac{18}{8}$ 이다.

따라서 $-\frac{6}{8}$ 보다 크고 $\frac{18}{8}$ 보다 작은 분모가 8 인 기약분수를 찾아보면

$-\frac{5}{8}, -\frac{3}{8}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{9}{8}, \frac{11}{8}, \frac{13}{8}, \frac{15}{8}, \frac{17}{8}$ 이다.

$\therefore$ 12 개

9. 수직선에서 -4 에 대응하는 점을 A, 6 에 대응하는 점을 B, -3 에 대응하는 점을 C, 2 에 대응하는 점을 D 라 하고, 점A 와 점B 의 중점을 M, 점C 와 점 D 의 중점을 N 이라고 할 때, 점 M 과 N 사이의 거리를 구하면?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$M = \frac{-4+6}{2} = 1,\ N = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$

따라서 M 과 N 사이의 거리는

$1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

10. 경수, 민정, 진철, 해용 네 사람이 카드놀이를 하는데 매회 네 사람이 얻은 점수의 합은 0점이 된다고 한다. 이 때, 다음의 주어진 표의 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.(단, ㉠ ~ ㉣순서대로 써라.)

	경수	민정	진철	해용
1회	+3	㉠	+7	−5
2회	㉡	+2	−4	㉢
3회	−3	+3	−2	+2
합계	+5	0	+1	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : −5

▷ 정답 : +5 또는 5

▷ 정답 : −3

▷ 정답 : −6

해설

$(+3) + ㉠ + (+7) + (-5) = 0$, $㉠ + 5 = 0$
$\therefore ㉠ = -5$,
$(+3) + ㉡ + (-3) = +5 \therefore ㉡ = +5$,
$(+5) + (+2) + (-4) + ㉢ = 0 \quad \therefore ㉢ = -3$,
$(-5) + (-3) + (+2) = ㉣ \quad \therefore ㉣ = -6$

11. a 의 절댓값은 $\frac{1}{5}$, b 의 절댓값은 $\frac{3}{8}$ 일 때, $a-b$ 의 값 중 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 하자. 이때, $M-m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $+\frac{23}{20}$ 또는 $\frac{23}{20}$

해설

$a=-\frac{1}{5}, \frac{1}{5}$, $b=-\frac{3}{8}, \frac{3}{8}$

$a-b$ 가 최댓값 M 을 가지려면 a 가 양수이고, b 가 음수이어야 한다.

따라서 최댓값은 $a=\frac{1}{5}, b=-\frac{3}{8}$ 일 때, $M=\frac{1}{5}-\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{8}{40}+\frac{15}{40}=\frac{23}{40}$ 이다.

$a-b$ 가 최솟값 m 을 가지려면 a 가 음수이고, b 가 양수이어야 한다.

따라서 최솟값은 $a=-\frac{1}{5}, b=\frac{3}{8}$ 일 때, $m=-\frac{1}{5}-\frac{3}{8}=-\frac{8}{40}-\frac{15}{40}=-\frac{23}{40}$ 이다.

$M-m=\frac{23}{40}-\left(-\frac{23}{40}\right)=\frac{46}{40}=\frac{23}{20}$

12. $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{19}{20}\right)$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{10}$ ② $-\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $-\frac{1}{20}$ ⑤ -1

해설

$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{19}{20}\right)$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{19}{20}\right)=-\frac{1}{20}$

13. 철수는 (보기)의 네 개의 유리수 중에서 어느 세 수를 골라 서로 곱하여 최댓값을 찾으려고 한다. 철수가 구한 최댓값은?

보기

-3 , $-\frac{1}{3}$, $-\frac{3}{2}$, $+2$

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 9

해설

곱해서 가장 큰 수는$(-3)\times(+2)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=9$

14. $\frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$ 이라 할 때, $a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{19}{7}$ 를 만족하는 자연수 $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 또는 +7

해설

$a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$ 이므로 $a = 2$

$\cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c + \frac{1}{d}}} = \frac{5}{7}$ 에서 $\frac{5}{7} = \cfrac{1}{\frac{7}{5}}$ 이므로

$b + \cfrac{1}{c + \frac{1}{d}} = \frac{7}{5} = 1 + \frac{2}{5}$

$\therefore\ b = 1$

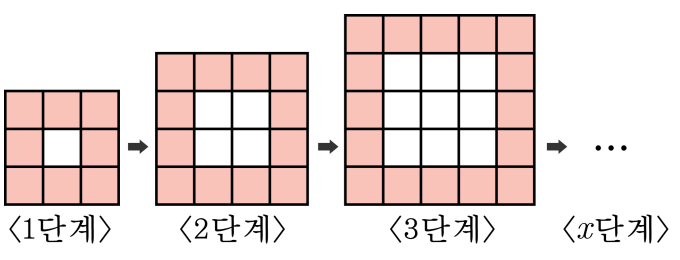
$\cfrac{1}{c + \frac{1}{d}} = \frac{2}{5}$ 에서 $\frac{2}{5} = \cfrac{1}{\frac{5}{2}}$ 이므로

$c + \frac{1}{d} = \frac{5}{2} = 2 + \frac{1}{2}$

$\therefore\ c = 2,\ d = 2$

$\therefore\ a + b + c + d = 2 + 1 + 2 + 2 = 7$

15. 다음 그림과 같이 일정한 규칙으로 스티커를 붙여 나갈 때, x단계에 필요한 스티커의 수를 x를 사용한 식으로 나타내면?



① $3x+2$　② $3x+3$　③ $4x+2$
④ $4x+3$　⑤ $4x+4$

해설

1단계의 스티커의 수 : $8 = 1\times4+4$
2단계의 스티커의 수 : $12 = 2\times4+4$
3단계의 스티커의 수 : $16 = 3\times4+4$
⋮
따라서 x단계에 필요한 스티커의 수는
$x\times4+4 = (4x+4)$이다.

16. $f(x)$ 는 x 의 2 배보다 3 만큼 큰 수를 나타낼 때, 다음 식을 간단히 하면?

$2f(A)-\{f(-2)+f(A)\}\times 2$

① 2　　② $A+1$　　③ $-2A+3$

④ 4　　⑤ $2A-1$

해설

$f(x)$ 는 x 의 2 배보다 3 만큼 큰 수이므로

$f(A)=2A+3, f(-2)=2\times(-2)+3=-1$

$2f(A)-\{f(-2)+f(A)\}\times 2$

$=2(2A+3)-(-1+2A+3)\times 2$

$=4A+6-(-2+4A+6)$

$=4A+6+2-4A-6$

$=2$

17. 두 수 a , b 에 대하여 $a \oplus b = 3(a-b)+ab$ 일 때, 다음 x의 값을 구하여라.

$$\{6 \oplus (x-1)\} + \{(2x-3) \oplus 2\} = 7$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$\{6 \oplus (x-1)\} + \{(2x-3) \oplus 2\} = 7$
$3\{6-(x-1)\} + 6(x-1)$
$+\{3(2x-5)+2(2x-3)\} = 7$
$3(-x+7)+6x-6$
$+3(2x-5)+2(2x-3) = 7$
$3x+15+10x-21 = 7$
$13x = 13$
$\therefore x = 1$

18. 다음 방정식의 해를 구하면?

$$2x+1+\frac{2}{3}\left(-\frac{25}{4}x-9\right)=\frac{5x}{6}-3x+2$$

① 0　　② 1　　③ 2

④ 3　　⑤ 해가 없다

해설

주어진 방정식의 양변에 6 을 곱하면

$12x+6-25x-36=5x-18x+12$

$0\times x=42$ 이므로 해가 없다.

19. 갑, 을 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 계단을 두 칸 올라가고, 진 사람은 한 칸 내려가기로 했다. 17 번 가위바위보를 한 후 갑은 처음보다 13 칸 위에, 을은 4 칸 위에 있었다. 갑이 이긴 횟수를 구하여라. (단, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 : _____ 회

▷ 정답 : 10 회

해설

갑이 이긴 횟수를 x 라고 하면 갑이 진 횟수는 $17 - x$ 이다.
갑이 13 칸 위에 있으므로 $2x - (17 - x) = 13$
$3x = 30 \quad \therefore\ x = 10$
따라서 갑이 이긴 횟수는 10 회이다.

20. 어떤 사람이 1,200 만원을 A 주식과 B 주식, C 주식에 1 : 2 : 3 으로 투자하였다. A 주식에서 11 %의 이익을 보았고, B 주식에서 9 %의 이익을 보았다. 이익금을 100 만원으로 하려고 하면, C 주식에서 몇 %의 이익이 있어야 하는지를 구하여라.

▶ 답 : _____ %

▷ 정답 : 7 %

해설

A, B, C 주식에 투자한 금액을 각각 구해보면

A 주식 : $1200\text{만원} \times \frac{1}{6} = 200\text{만원}$

B 주식 : $1200\text{만원} \times \frac{2}{6} = 400\text{만원}$

C 주식 : $1200\text{만원} \times \frac{3}{6} = 600\text{만원}$이다.

C 주식에서의 이익을 $x\%$ 라 하고 각각의 주식에서의 이익금을 구해보면

A 주식 : $200\text{만원} \times \frac{11}{100} = 22\text{만원}$

B 주식 : $400\text{만원} \times \frac{9}{100} = 36\text{만원}$

C 주식 : $600\text{만원} \times \frac{x}{100} = 6x\text{만원}$

총 이익금이 100 만원이므로

$22\text{만원} + 36\text{만원} + 6x\text{만원} = 100\text{만원}$

$\therefore\ x = 7(\%)$

21. 5% 의 소금물 600g 이 있다. 100g 의 물을 증발시키고 300g 의 소금물을 퍼내어 버렸다. 남은 소금물에 소금을 더 넣었더니 15% 의 소금물이 되었다. 소금은 얼마나 넣었는가?

① 20g ② $\frac{360}{17}$g ③ $\frac{17}{360}$g ④ $\frac{150}{17}$g ⑤ 28g

해설

5% 의 소금물 600g 에 들어있는 소금의 양은 30g 이다. 100g 의 물을 증발시키고 난 뒤의 농도는 6% 가 된다.
남은 소금물은 6% 의 소금물 200g 이므로 xg 의 소금을 넣어 15% 의 소금물을 만든다고 하면 식은 다음과 같다.

$$\frac{12+x}{200+x} \times 100 = 15$$

$$240 + 20x = 600 + 3x$$

$$17x = 360$$

$$x = \frac{360}{17}$$

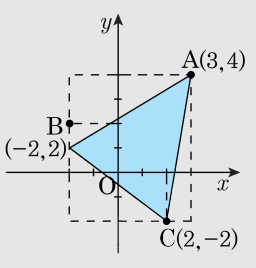
이다.

22. 세 점 $A(3,4), B(-2,2), C(2,-2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이는?

① 4　　② 14　　③ 16　　④ 20　　⑤ 22

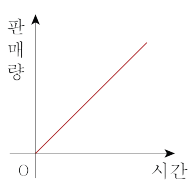
해설

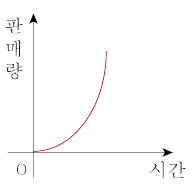
좌표평면 위에 세 점을 나타내면 다음 그림과 같다.

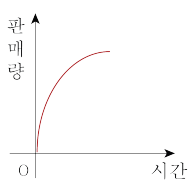


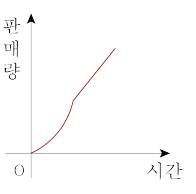
(△ABC의 넓이) $= 5 \times 6 - \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) = 30 - 16 = 14$

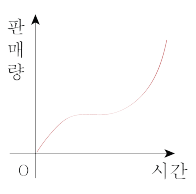
23. 어떤 제품이 출시 직후에는 잘 안팔리다가 입소문을 타고 점차 판매량이 빠르게 증가하였다. 이 상황에 가장 알맞은 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

x의 값이 증가할 때 y의 값은 느리게 능가하다 점점 빠르게 증가하는 것을 고르면 된다.

24. 다음 중에서 반비례하는 것은?

① 휘발유 1 L로 12 km를 가는 자동차가 휘발유 x L로 갈 수 있는 거리 y km

② 원의 반지름의 길이 x cm 와 원의 둘레의 길이 y cm

③ 1 개에 500 원하는 오렌지 x 개와 그 값 y 원

④ 33 명의 학급에서 남학생수 x 명과 여학생수 y 명

⑤ 넓이가 40 cm^2 인 직사각형에서 가로의 길이 x cm 와 세로의 길이 y cm

해설

① $y = 12x$: 정비례

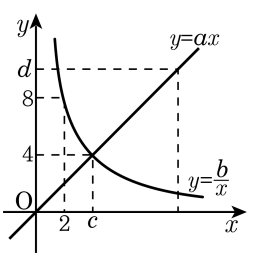
② $y = 3.14 \times 2 \times x$ 따라서 $y = 6.28x$: 정비례

③ $y = 500x$: 정비례

④ $x + y = 33$ 따라서 $y = 33 - x$: 정비례도 반비례도 아니다.

⑤ $y = \frac{40}{x}$: 반비례

25. 다음 그래프의 a, b, c, d값에 대해서 다음 중 옳지 않은 것은?



① $a < c$　　② $d < b$

③ $a \times c < d$　　④ $a + d < b + c$

⑤ $b - d < c - a$

해설

$y = \frac{b}{x}$의 그래프가 점 $(2,\ 8)$을 지나므로

$8 = \frac{b}{2},\ b = 16$

$y = \frac{16}{x}$와 $y = ax$가 점 $(c,\ 4)$에서 만나므로

$4 = \frac{16}{c},\ c = 4,\ 4 = a \times 4,\ a = 1$이다.

점 $(10, d)$가 $y = x$위에 있으므로 $d = 10 \times 1 = 10$이다.

⑤ $b - d = 16 - 10 = 6,\ c - a = 4 - 1 = 3$이므로 $b - d > c - a$이다.