1. 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$　② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$　④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

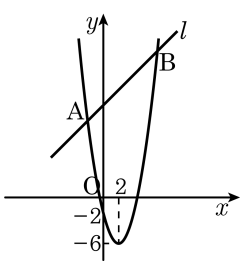
$y = a(x+1)^2 + 6$ 에 $(0,\ 5)$ 를 대입하면

$5 = a + 6$

$a = -1$

$\therefore\ y = -(x+1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$

2. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 그래프가 직선 l 과 두 점 A $(m,\ 10)$, B $(7,\ n)$ 에서 만날 때, 직선 l의 방정식을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(2,\ -6)$, y 절편이 -2 이므로
$y = a(x-2)^2 - 6$ 에 $(0,\ -2)$ 를 대입하면
$-2 = 4a - 6$, $a = 1$ 이다.
$y = (x-2)^2 - 6$ 에 A $(m,\ 10)$, B $(7,\ n)$ 을 대입하면
(i) $10 = (m-2)^2 - 6$
$(m-2)^2 = 16$, $m - 2 = \pm 4$
$m < 0$ 이므로 $m = -2$, A $(-2,\ 10)$
(ii) $n = 25 - 6 = 19$, B $(7,\ 19)$
직선의 기울기는 $\dfrac{10-19}{-2-7} = 1$
$y = x + p$ 에 $(-2,\ 10)$ 을 대입하면
$10 = -2 + p,\ p = 12$ $\therefore\ y = x + 12$

3. 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이고, 점 (0, 3) 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

① $y = 2x^2 - 4x + 3$ ② $y = x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 - 2x + 3$ ④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 4x + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로
$y = a(x-1)^2 + 5$
점 (0, 3) 을 대입하면
$3 = a + 5$
$a = -2$
$\therefore\ y = -2x^2 + 4x + 3$

4. 다음 중 꼭짓점 $(-1,\ 4)$, 대칭축의 방정식 $x=-1$, y 축과의 교점의 좌표 $(0,\ 3)$ 인 이차함수는?

① $y=x^2-2x-3$　② $y=x^2-4x+5$

③ $y=-x^2-2x+3$　④ $y=-x^2+4x-10$

⑤ $y=2x^2-4x+5$

해설

$y=a(x+1)^2+4$ 에 $(0,\ 3)$ 을 대입한다. $a=-1$

$\therefore y=-x^2-2x+3$

5. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -x^2 - 2$ ② $y = -x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$ ④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$y = -(x-2)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$

6. x 축과 두 점 $(-3,0)$, $(1,0)$ 에서 만나고, 점 $(2,10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y=2(x-3)(x-1)$ ② $y=-2(x+3)(x-1)$

③ $y=2(x+3)(x-1)$ ④ $y=-2(x-3)(x-1)$

⑤ $y=-2(x-3)(x+1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3,0)$, $(1,0)$ 이므로
$y=a(x+3)(x-1)$ 에 $(2,10)$ 을 대입하면
$10=a(2+3)(2-1)$
$\therefore a=2$
$\therefore y=2(x+3)(x-1)$

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$ 이고 점 $(0,\ 4)$ 를 지날 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$ 이므로

$y = a(x+2)^2 + 2$

점 $(0,\ 4)$ 를 지나므로

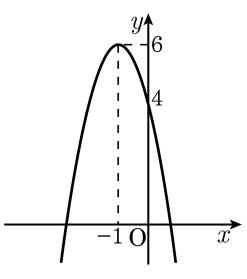
$4 = a(0+2)^2 + 2,\ a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$

$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$

$\therefore\ a = \frac{1}{2},\ b = 2,\ c = 4,\ abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

8. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이고, 점 $(0,\ 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 6)$ 이므로

$y = a(x+1)^2 + 6$

점$(0,\ 4)$ 를 지나므로

$4 = a(0+1)^2 + 6$

$\therefore\ a = -2$

$y = -2(x+1)^2 + 6$

$= -2x^2 - 4x + 4$

$\therefore a = -2,\ b = -4,\ c = 4$

$\therefore\ a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 축의 방정식이 $x = -3$ 이고, 점 $(3, -10)$ 을 지나는 포물선이다. $a = -\frac{1}{3}$ 일 때, bc 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $bc = 2$

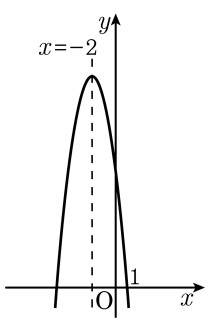
해설

$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + q$ 라 두자.

$(3, -10)$ 을 지나므로 이를 대입하면 $-10 = -\frac{1}{3} \times 6^2 + q, q = 2$

따라서 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 2 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$ 이므로 $bc = (-2) \times (-1) = 2$

10. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

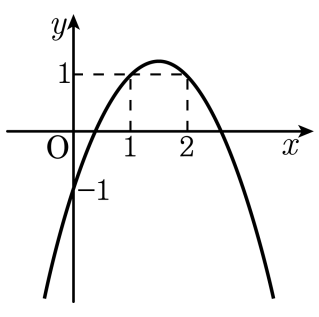
▷ 정답: $m = -8$

▷ 정답: $n = 10$

해설

$y = -2(x+2)^2 + q$ 에 $(1,\ 0)$ 을 대입하면
$0 = -2 \times 9 + q$ 이다.
$\therefore\ q = 18$
$y = -2(x+2)^2 + 18$
$= -2(x^2 + 4x + 4) + 18$
$= -2x^2 - 8x + 10$
$\therefore m = -8, n = 10$

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.
점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$
점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$
점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로
$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

12. 포물선 $y = ax^2 + 14x - 20$ 과 x 축이 두 점 $\mathrm{A}(2,0), \mathrm{B}(b,0)$ 에서 만날 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = ax^2 + 14x - 20$ 에 $\mathrm{A}(2,0)$ 을 대입하면
$0 = 4a + 28 - 20,\ 4a = -8,\ a = -2$ 이다.
$y = -2x^2 + 14x - 20$ 이므로
$-2x^2 + 14x - 20 = 0$ 이다.
$-2(x-2)(x-5) = 0$
$x = 2$ 또는 $x = 5$ 이다.
$\therefore b = 5$ 즉, $\mathrm{B}(5,\ 0)$
$\therefore a + b = -2 + 5 = 3$

13. 다음 조건을 모두 만족하는 이차함수의 식은?

> ㉠ 꼭짓점이 x 축 위에 있다.
>
> ㉡ 축의 방정식은 $x=4$ 이다.
>
> ㉢ 점 $(6,\ -2)$를 지난다.

① $y=-2(x-4)^2$ ② $y=2(x-4)^2$

③ $y=\frac{1}{2}(x-4)^2$ ④ $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$

⑤ $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2$

해설

꼭짓점이 x 축 위에 있으므로 꼭짓점의 y 좌표는 0 이다. 축의 방정식이 $x=4$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 4이다. 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 0)$ 이다. $y=a(x-4)^2$ 의 형태에서 점 $(6,\ -2)$를 지나므로 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2$ 이다.

14. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
㉡ y 절편은 3 이다.
㉢ x 절편은 두 개이다.
㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
㉤ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉡,㉤ ④ ㉢,㉣ ⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$을 지나므로
$-4 = c$
$-1 = a + b + c$
$8 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.
따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는
$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ 2)$, $(-1,\ 4)$ 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A + B + C$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

주어진 세 점을 각각 $y = ax^2 + bx + c$ 에 대입한다.
점 $(0,\ 1)$ 을 대입하면 $c = 1$
점 $(1,\ 2)$ 를 대입하면 $a + b + 1 = 2$
즉, $a + b = 1$ ····· ㉠
점 $(-1,\ 4)$ 를 대입하면 $a - b + 1 = 4$
즉, $a - b = 3$ ····· ㉡
㉠+ ㉡에서 $2a = 4$
$\therefore a = 2$, $b = -1$
$\therefore y = 2x^2 - x + 1$

$$= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) + 1$$

$$= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$$

따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제 1사분면 위에 있으며 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2 사분면을 지난다.
따라서 $A = 1, B = 3, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 1 + 3 + 4 = 8$ 이다.