1. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2　㉡ 9　㉢ 12　㉣ 15　㉤ 16
㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣　② ㉠, ㉢, ㉤　③ ㉡, ㉢, ㉥
④ ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

2. 세 수 $1+\sqrt{2}$, $\sqrt{5}+\sqrt{2}$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2}+\sqrt{3} < 1+\sqrt{2} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2} < 1+\sqrt{2}$

③ $1+\sqrt{2} < \sqrt{5}+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3}$

④ $1+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{5}+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < 1+\sqrt{2}$

해설

$1+\sqrt{2}-(\sqrt{2}+\sqrt{3}) = 1-\sqrt{3} < 0$
$\therefore 1+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3}$
$\sqrt{2}+\sqrt{3}-(\sqrt{5}+\sqrt{2}) = \sqrt{3}-\sqrt{5} < 0$
$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$
따라서 $1+\sqrt{2} < \sqrt{2}+\sqrt{3} < \sqrt{5}+\sqrt{2}$ 이다.

3. $\frac{3}{\sqrt{2}} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{5}{2}}$ 를 간단히 하면?

① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{\sqrt{15}}{4}$ ⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{3\sqrt{5}}{4\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$
$$= \frac{\sqrt{15}}{4}$$

4. $\sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50}$ 을 $a\sqrt{3}+b\sqrt{2}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① -21 ② -1 ③ 4 ④ 9 ⑤ 21

해설

$\sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50}$
$=4\sqrt{3}-16\sqrt{2}+6\sqrt{3}+5\sqrt{2}$
$=10\sqrt{3}-11\sqrt{2}$ 에서
$a=10,\ b=-11$
$\therefore a+b=-1$

5. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{7} = 2.646$)

① $\sqrt{2}+1$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{7}-\sqrt{2}$ ⑤ $\pi-\sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{7}-\sqrt{2} = 2.646 - 1.414 = 1.232$

6. $A=\left(-\sqrt{9}\right)^2-\left(-\sqrt{5}\right)^2-\sqrt{(-2)^2}$, $B=\sqrt{8^2}\div\left(-\sqrt{2}\right)^2+\sqrt{(-5)^2}\times\left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB의 값을 구하면?

① -60 ② -48 ③ 10 ④ 48 ⑤ 60

해설

$A=9-5-2=2$

$B=(8\div2)+\left(5\times\frac{1}{5}\right)=4+1=5$

$AB=2\times5=10$

7. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면?

① $-10a$ ② $-7a$ ③ $-4a$ ④ $2a$ ⑤ $3a$

해설

$\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$

$= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$

$= -2a - (-3a) + (-5a)$

($\because a < 0$이므로 $2a < 0, -3a > 0, -5a > 0$)

$= -2a + 3a - 5a = -4a$

8. $5 < \sqrt{4x^3} < 10$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

해설

$25 < 4x^3 < 100$ 이므로
$6.25 < x^3 < 25$
$2^3 = 8,\ 3^3 = 27$
$\therefore\ x = 2$

9. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$
② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$
③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π
④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$
⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0}=0$, $\sqrt{4}=2$: 유리수
② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수
④ $\sqrt{9}=3$: 유리수
⑤ $\sqrt{(-11)^2}=11$: 유리수

10. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.

② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.

④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.

⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

11. $-2\sqrt{11}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}}\times 4\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ 을 간단히 하면?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$-2\sqrt{11}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}}\times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$=-2\sqrt{11}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}\times\sqrt{2}}\times 4\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=-8$$

12. $\sqrt{1.92} = a\sqrt{3}$, $\sqrt{\dfrac{63}{64}} = b\sqrt{7}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하면?

① 0.3 ② 0.5 ③ 1 ④ 1.5 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{1.92} = \sqrt{\frac{192}{100}} = \sqrt{\frac{8^2 \times 3}{10^2}} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4}{5}\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{\frac{63}{64}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 7}{8^2}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$\therefore b = \frac{3}{8}$$

$$\therefore ab = \frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10} = 0.3$$

13. $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{3}=b$ 일 때, $\sqrt{0.1536}$ 의 값을 a , b 를 써서 나타내면?

① $\frac{2}{25}ab$ ② $\frac{4}{25}ab$ ③ $\frac{8}{25}ab$ ④ $\frac{16}{25}ab$ ⑤ $\frac{32}{25}ab$

해설

$1536=16^2\times 6$

$\sqrt{0.1536}=\frac{\sqrt{16^2\times 6}}{10000}=\frac{16\sqrt{6}}{100}=\frac{4\sqrt{6}}{25}=\frac{4ab}{25}$

14. $\sqrt{25}$의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$의 음의 제곱근을 b , $\sqrt{(-169)^2}$의 음의 제곱근을 c라 할 때, $bc-\sqrt{5}a$의 제곱근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\pm\sqrt{34}$

해설

$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$ $\therefore a=\sqrt{5}$
$\sqrt{81}=\sqrt{9^2}=9$의 제곱근은 ±3 $\therefore b=-3$
$\sqrt{(-169)^2}=169$의 제곱근은 ±13 $\therefore c=-13$
$bc-\sqrt{5}a=(-3)\times(-13)-\sqrt{5}\times\sqrt{5}=34$ 이므로
34의 제곱근은 $\pm\sqrt{34}$이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$
② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$
③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$
④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$
⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

16. $-2 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(3-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x+5$

해설

$x+2>0,\ x<0,\ 3-x>0$ 이므로

(준식) $= x+2-x+3-x = -x+5$

17. 다음 수 중 가장 작은 수를 x, 가장 큰 수를 y 라고 할 때 x^2+y^2 의 값을 구하여라.

보기

$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

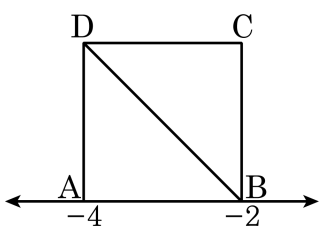
해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$\therefore x^2+y^2=(-\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2=2+6=8$

18. 다음과 같이 수직선 위의 점 A(−4), B(−2)에 대하여 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD가 있다. 점 B를 중심으로 하고, 대각선 BD를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 4π

해설

정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 $(-2)-(-4)=2$ 이므로
대각선 BD의 길이는 $2\sqrt{2}$이다.
반지름이 $2\sqrt{2}$인 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times(2\sqrt{2})^2=4\pi$이다.

19. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a, b, c, d라고 할 때, $a+b$와 $c+d$의 값을 각각 바르게 구한 것은?

① $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

③ $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

④ $2\sqrt{2}-1$, 6

⑤ 6, $2\sqrt{2}-1$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2 \ : \ \mathrm{B} = \sqrt{2}$

$0 < \sqrt{2}-1 < 1 \ : \ \mathrm{A} = \sqrt{2}-1$

$a+b = \left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}-1$

$3 < \sqrt{3}+2 < 4 \ : \ \mathrm{D} = \sqrt{3}+2$

$2 < 4-\sqrt{3} < 3 \ : \ \mathrm{C} = 4-\sqrt{3}$

$c+d = (4-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+2) = 6$

20. $8\sqrt{22}\times\sqrt{\dfrac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22}\times\sqrt{\frac{26}{11}}=8\sqrt{\frac{11\times2\times2\times13}{11}}=16\sqrt{13}$$

$\therefore a=16,\ b=13$

$\therefore a-b=16-13=3$

21. $\sqrt{20}+\sqrt{0.2}+\dfrac{4}{\sqrt{5}}=a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5}\times\sqrt{\dfrac{6}{5}}\times\sqrt{18}=b\sqrt{6}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$2\sqrt{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}+\dfrac{4\sqrt{5}}{5}=\dfrac{10\sqrt{5}+\sqrt{5}+4\sqrt{5}}{5}=\dfrac{15\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}$

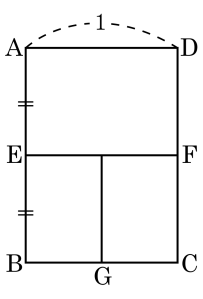
$\therefore a=3$

$\sqrt{2.5}\times\sqrt{\dfrac{6}{5}}\times\sqrt{18}=\sqrt{\dfrac{25}{10}\times\dfrac{6}{5}\times18}=3\sqrt{6}$

$\therefore b=3$

$\therefore a\times b=9$

22. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



① $\frac{(1+\sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2+\sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

④ $\frac{3(1-\sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$\overline{AB}=x$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}x$ 라 하면

$1:x=\frac{1}{2}x:1,\ \frac{1}{2}x^2=1,\ x^2=2$

$\Rightarrow\ x=\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$=(1+\sqrt{2})+\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{3(1+\sqrt{2})}{2}$

23. 두 자연수 x, y에 대하여 $\sqrt{1750xy}$가 가장 작은 정수가 되도록 x, y의 값을 정할 때, 다음 중 $|x-y|$의 값이 될 수 없는 것은?

① 3　② 6　③ 9　④ 33　⑤ 69

해설

$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$

$\therefore xy = 70$

$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10),$
$(10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$

따라서 $|x-y|$의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

24. $a,\ b$에 대하여 $a,\ b$는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2+15} = \sqrt{2b}$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=9$

해설

양변을 제곱하면 $a^2+15=2b$ 이므로 $2b-a^2=15$
이때 $a,\ b$는 10보다 작은 자연수 이므로
$\therefore (a,b)=(1,8)$
$\therefore a+b=9$

25. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

㉠ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.

㉡ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.

㉢ $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 는 항상 무리수이다.

㉣ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.

㉤ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

㉠ $a = 2$, $b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.
㉤ $a = 3$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.
따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

26. 정사각형 A, B, C가 있다. A의 넓이는 s 이고, A의 넓이는 B의 2배, B의 넓이는 C의 3배일 때, C의 넓이를 s를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{s}{6}$

해설

(B의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (A의 넓이) $= \frac{1}{2}$s

(C의 넓이) $= \frac{1}{3} \times$ (B의 넓이) $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$s $= \frac{1}{6}$s

따라서 C의 넓이는 $\frac{s}{6}$ 이다.

27. $a > 0,\ b > 0$ 이고, $ab = 16,\ \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4},\ \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 17$

해설

$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4},\ \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 에서

$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}}\right) = 0 \cdots ①$

$a > 0$, $b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$

$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}}\right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$

$ab = 16$ 이므로 $4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$

$\therefore\ a + b = 17$

28. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$이고 유리수 a, b에 대하여 $bx + ay = x + 2y$를 만족할 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 2$

해설

주어진 식에 x, y를 각각 대입하면
$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$
양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면
$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$
$\therefore a = 2,\ b = 1$
$\therefore ab = 2$

29. 일차방정식 $(\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$ 의 해는 $x=a+b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)

① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3}+1)x=(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)$$

$$x=\frac{(4-\sqrt{3})(\sqrt{3}+2)}{\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{(2\sqrt{3}+5)(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$=\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$$

따라서, $\sqrt{a+b}=\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}=\sqrt{2}$

30. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $2a-1$

해설

$a=\sqrt{35}-5$
$11<\sqrt{140}<12$ 이므로
$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140}-11$ 이다.
$\sqrt{140}-11=2\sqrt{35}-11=2\left(\sqrt{35}-5\right)-1=2a-1$