

1. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 2

㉡ 9

㉢ 12

㉣ 15

㉤ 16

㉥ 18

① ㉠, ㉢, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

㉢ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉣ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.

㉤ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

2. 세 수 $1 + \sqrt{2}$, $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

② $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{2}$

③ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$

④ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2}$

해설

$$1 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore 1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

따라서 $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$ 이다.

3. $\frac{3}{\sqrt{2}} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{5}{2}}$ 를 간단히 하면?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{\sqrt{15}}{4}$ ⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt{2}} \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{\frac{5}{2}} &= \frac{3}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{4\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{4}\end{aligned}$$

4. $\sqrt{48} - 4\sqrt{32} + 3\sqrt{12} + \sqrt{50}$ 을 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값은?

① -21

② -1

③ 4

④ 9

⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{48} - 4\sqrt{32} + 3\sqrt{12} + \sqrt{50} \\ &= 4\sqrt{3} - 16\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 5\sqrt{2} \\ &= 10\sqrt{3} - 11\sqrt{2} \text{에서} \\ &a = 10, b = -11 \\ &\therefore a + b = -1 \end{aligned}$$

5. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{7} = 2.646$)

① $\sqrt{2} + 1$

② $\sqrt{5}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2}$

⑤ $\pi - \sqrt{2}$

해설

④ $\sqrt{7} - \sqrt{2} = 2.646 - 1.414 = 1.232$

6. $A = (-\sqrt{9})^2 - (-\sqrt{5})^2 - \sqrt{(-2)^2}$, $B = \sqrt{8^2} \div (-\sqrt{2})^2 + \sqrt{(-5)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$ 일 때, AB 의 값을 구하면?

① -60

② -48

③ 10

④ 48

⑤ 60

해설

$$A = 9 - 5 - 2 = 2$$

$$B = (8 \div 2) + \left(5 \times \frac{1}{5}\right) = 4 + 1 = 5$$

$$AB = 2 \times 5 = 10$$

7. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면?

① $-10a$

② $-7a$

③ $-4a$

④ $2a$

⑤ $3a$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \\ &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \end{aligned}$$

$$= -2a - (-3a) + (-5a)$$

$$(\because a < 0 \text{ 이므로 } 2a < 0, -3a > 0, -5a > 0)$$

$$= -2a + 3a - 5a = -4a$$

8. $5 < \sqrt{4x^3} < 10$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$25 < 4x^3 < 100 \text{ 이므로}$$

$$6.25 < x^3 < 25$$

$$2^3 = 8, 3^3 = 27$$

$$\therefore x = 2$$

9. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -2 와 2 사이에는 정수가 3 개 있다.
- ② 두 자연수 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.
- ③ $\frac{1}{7}$ 은 순환하는 무한소수이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{8}$ 사이에는 무리수가 4 개 있다.
- ⑤ $\sqrt{7}$ 과 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

해설

④ 무수히 많은 무리수가 있다.

11. $-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$ 을 간단히 하면?

① -10

② -8

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$-2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{22}} \times 4\sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$= -2\sqrt{11} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11} \times \sqrt{2}} \times 4\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -8$$

12. $\sqrt{1.92} = a\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{63}{64}} = b\sqrt{7}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하면?

- ① 0.3 ② 0.5 ③ 1 ④ 1.5 ⑤ 3

해설

$$\sqrt{1.92} = \sqrt{\frac{192}{100}} = \sqrt{\frac{8^2 \times 3}{10^2}} = \frac{8\sqrt{3}}{10} = \frac{4}{5}\sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{4}{5}$$

$$\sqrt{\frac{63}{64}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 7}{8^2}} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$\therefore b = \frac{3}{8}$$

$$\therefore ab = \frac{4}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10} = 0.3$$

13. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{0.1536}$ 의 값을 a , b 를 써서 나타내면?

- ① $\frac{2}{25}ab$ ② $\frac{4}{25}ab$ ③ $\frac{8}{25}ab$ ④ $\frac{16}{25}ab$ ⑤ $\frac{32}{25}ab$

해설

$$1536 = 16^2 \times 6$$

$$\sqrt{0.1536} = \frac{\sqrt{16^2 \times 6}}{10000} = \frac{16\sqrt{6}}{100} = \frac{4\sqrt{6}}{25} = \frac{4ab}{25}$$

14. $\sqrt{25}$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b , $\sqrt{(-169)^2}$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $bc - \sqrt{5}a$ 의 제곱근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\pm \sqrt{34}$

해설

$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{의 제곱근은 } \pm \sqrt{5} \therefore a = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9 \text{의 제곱근은 } \pm 3 \therefore b = -3$$

$$\sqrt{(-169)^2} = 169 \text{의 제곱근은 } \pm 13 \therefore c = -13$$

$$bc - \sqrt{5}a = (-3) \times (-13) - \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 34 \text{ 이므로}$$

34의 제곱근은 $\pm \sqrt{34}$ 이다.

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$ 이다.

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$ 이다.

④ $\sqrt{a^2} = |a|$ 이다.

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = 3a$ 이다

해설

① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} = a$

② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{16a^2} = 4a$

④ a 의 부호와 관계없이 $\sqrt{a^2} = |a|$

⑤ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

16. $-2 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(3-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-x + 5$

해설

$x + 2 > 0$, $x < 0$, $3 - x > 0$ 이므로
(준식) $= x + 2 - x + 3 - x = -x + 5$

17. 다음 수 중 가장 작은 수를 x , 가장 큰 수를 y 라고 할 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\frac{3}{4}}$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

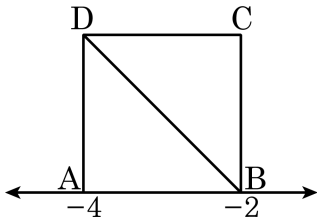
해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$$\therefore x^2 + y^2 = (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2 + 6 = 8$$

18. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4π

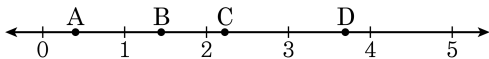
해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로
대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi \text{이다.}$$

19. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
- ② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
- ⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 : B = \sqrt{2}$$

$$0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A = \sqrt{2} - 1$$

$$a + b = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1$$

$$3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D = \sqrt{3} + 2$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C = 4 - \sqrt{3}$$

$$c + d = (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6$$

20. $8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}}$ 을 계산하여 근호 안의 수가 가장 작은 수가 되도록 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낼 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$8\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{26}{11}} = 8\sqrt{\frac{11 \times 2 \times 2 \times 13}{11}} = 16\sqrt{13}$$

$$\therefore a = 16, b = 13$$

$$\therefore a - b = 16 - 13 = 3$$

21. $\sqrt{20} + \sqrt{0.2} + \frac{4}{\sqrt{5}} = a\sqrt{5}$, $\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = b\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 36

해설

$$2\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{10\sqrt{5} + \sqrt{5} + 4\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5}}{5} = 3\sqrt{5}$$

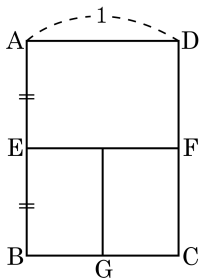
$$\therefore a = 3$$

$$\sqrt{2.5} \times \sqrt{\frac{6}{5}} \times \sqrt{18} = \sqrt{\frac{25}{10} \times \frac{6}{5} \times 18} = 3\sqrt{6}$$

$$\therefore b = 3$$

$$\therefore a \times b = 9$$

22. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$
 ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

23. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3

② 6

③ 9

④ 33

⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

24. a, b 에 대하여 a, b 는 10보다 작은 자연수이고 $\sqrt{a^2 + 15} = \sqrt{2b}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 9$

해설

양변을 제곱하면 $a^2 + 15 = 2b$ 이므로 $2b - a^2 = 15$

이때 a, b 는 10보다 작은 자연수 이므로

$$\therefore (a, b) = (1, 8)$$

$$\therefore a + b = 9$$

25. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

- ㉠ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉢ $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 는 항상 무리수이다.
- ㉣ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉤ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

▶ 답 :

개

▶ 정답 : 2개

해설

㉠ $a = 2, b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.

㉤ $a = 3, b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

26. 정사각형 A, B, C가 있다. A의 넓이는 s 이고, A의 넓이는 B의 2배, B의 넓이는 C의 3배일 때, C의 넓이를 s 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{s}{6}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이}) = \frac{1}{2}s$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{3} \times (B \text{의 넓이}) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}s = \frac{1}{6}s$$

따라서 C의 넓이는 $\frac{s}{6}$ 이다.

27. $a > 0, b > 0$ 이고, $ab = 16$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}$, $\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 17$

해설

$$\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{15}{4}, \quad \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} = 0 \quad \text{에서}$$

$$\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \left(\sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{b}} \right) = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$a > 0, b > 0$ 이므로

① 식을 전개하면

$$\sqrt{ab} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$\sqrt{ab} - \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{ab}} \right) + \frac{1}{\sqrt{ab}} = 0$$

$$ab = 16 \text{ 이므로 } 4 - \frac{a+b}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\therefore a + b = 17$$

28. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$

29. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0

② 1

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

따라서, $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$

30. $\sqrt{35}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{140}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{35} - 5$$

$11 < \sqrt{140} < 12$ 이므로

$\sqrt{140}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{140} - 11$ 이다.

$$\sqrt{140} - 11 = 2\sqrt{35} - 11 = 2(\sqrt{35} - 5) - 1 = 2a - 1$$