

1. 연립부등식 $\begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$$\begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x < 4 \\ 3x - 5x \leq 7 + 1 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{3} \\ x \geq -4 \end{cases}$$

따라서 $-4 \leq x < \frac{4}{3}$ 를 만족하는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1$ 의 6개이다.

2. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 - 5x + b$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

각 식에 $x = 2$ 을 대입하면 0이 된다.

i) $x^2 + ax - 2$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4 + 2a - 2 = 0 \therefore a = -1$$

ii) $x^2 - 5x + b$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4 - 10 + b = 0 \therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = -1 + 6 = 5$$

- 3.** 두 삼각형이 있다. 그 중 한 삼각형은 세 변의 길이가 3, 4, x 이고, 또 다른 삼각형의 세 변의 길이는 3^2 , 4^2 , x^2 이다. 이 때, 정수 x 의 값의 개수는?
- ① 2 개 ② 3 개
③ 4 개 ④ 5 개
⑤ 6 개 이상 무수히 많다.

해설

삼각형의 두 변의 합은 다른 한 변보다 커야
 하므로 $3 + 4 > x$, $3 + x > 4$, $4 + x > 3$,
 $9 + 16 > x^2$, $9 + x^2 > 16$, $16 + x^2 > 9$ 의
 6개의 부등식을 만족하는
 x 값의 범위는 $\sqrt{7} < x < 5$ 이고
 x 가 정수이므로 $x = 3$, $x = 4$ 이다.

4. 다항식 $x^{51} + 30$ 을 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하자. 이때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + R$ 이라 하면

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 29$

$x^{51} + 30 = (x + 1)Q(x) + 29$

$Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 나머지는

$Q(1)$, $x = 1$ 식에 대입

$31 = 2Q(1) + 29$

$\therefore Q(1) = 1$

5. 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $z = a + bi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = a - bi$ 의 곱 $z\bar{z} = 5$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right)$ 를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ 0 ④ $5a$ ⑤ a

해설

$$\begin{aligned} z\bar{z} &= 5, \quad \bar{z} = \frac{5}{z} \\ \therefore \frac{1}{2}\left(z + \frac{5}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) = \frac{1}{2} \times 2a = a \end{aligned}$$