

1. $x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 정수 m 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 + (m-1)x + m + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라면

$$\alpha + \beta = 1 - m \cdots \textcircled{㉠}, \alpha\beta = m + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면 $\alpha\beta + \alpha + \beta = 2$ (α, β 는 정수)

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = 3$$

$$\therefore \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = -4 \end{cases} \quad \text{를 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면}$$

$$m = -1, 7$$

2. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{ 는 실수이므로 } x = -1, y = 2$$

$$\therefore x + y = -1 + 2 = 1$$

3. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$, $xy = v$ 로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$$\therefore u = \pm 7, v = 12$$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{E}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

(i) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 - 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = 3, y = 4$ 또는 $x = 4, y = 3$

(ii) $\textcircled{\text{E}}$, $\textcircled{\text{L}}$ 에서 x, y 는 이차방정식 $t^2 + 7t + 12 = 0$ 의 두 근이
므로 $x = -3, y = -4$ 또는 $x = -4, y = -3$

(i), (ii)로부터 구하는 모든 해의 합은 0

4.
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$
 을 만족하는 x, y 를 구하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 -12

해설

$$\begin{cases} x - y = 2 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 20 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $y = x - 2$ 를

㉡식에 대입하면

$$x^2 + (x - 2)^2 = 20, 2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12 \quad \text{또는} \quad x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$$

5. x, y 가 정수일 때 방정식 $xy - x - 2y - 2 = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 6개

해설

$$xy - x - 2y - 2 + 4 = 4$$

$$x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1) = 4$$

따라서

$$x - 2 = 1, y - 1 = 4 \text{ 일 때, } x = 3, y = 5$$

$$x - 2 = 2, y - 1 = 2 \text{ 일 때, } x = 4, y = 3$$

$$x - 2 = 4, y - 1 = 1 \text{ 일 때, } x = 6, y = 2$$

$$x - 2 = -1, y - 1 = -4 \text{ 일 때, } x = 1, y = -3$$

$$x - 2 = 4, y - 1 = -1 \text{ 일 때, } x = 6, y = 0$$

$$x - 2 = 1, y - 1 = 4 \text{ 일 때, } x = 3, y = 5$$

따라서 순서쌍은 $(3, 5), (4, 3), (6, 2), (1, -3), (6, 0), (3, 5)$ 로 모두 6개이다.