

1. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} y = -x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = 4x^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = -\frac{3}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = -4x^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = \frac{3}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = -2x^2$$

$$\textcircled{\text{㉦}} y = \frac{1}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉧}} y = \frac{2}{3}x^2$$

▶ 답: 쌍

▶ 정답: 2 쌍

해설

㉡와 ㉣, ㉢와 ㉤

2. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17

② 19

③ 21

④ 24

⑤ 27

해설

$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

3. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

③ y 축과 $(0, 3)$ 에서 만난다.

④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

③ y 축과 $(0, 10)$ 에서 만난다.

4. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + 5 \\ &= -(x - 3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 12x - 4 \\ &= 2(x - 3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22\end{aligned}$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

5. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㉠ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
- ㉡ 가로, 세로의 길이가 각각 $2x$, $x + 3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
- ㉢ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ㉣ 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7 인 원기둥의 부피 y

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = 6x^2$

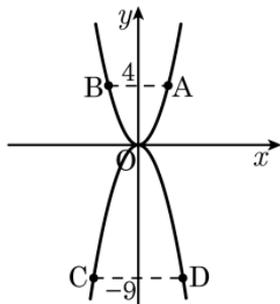
㉡ $y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6$: 일차함수

㉢ $y = \pi x^2$

㉣ $y = 7\pi x^2$

따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

6. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 점 A 와 점 B, 점 C 와 점 D 사이의 거리를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

점 A, B 는 y 의 값이 4 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 2, -2 이다. 따라서 점 A, B 사이의 거리는 4이다. 점 C, D 는 y 의 값이 -9 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 -3, 3 이다. 따라서 점 C, D 사이의 거리는 6 이다.

7. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $(-2, 2)$ 를 지난다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프 보다 폭이 좁다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭이다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축 대칭이다.

해설

① $(-2, 2)$ 를 대입하면 성립하지 않는다.

② 아래로 볼록하다.

③ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다

⑤ $y = -x^2$ 과 x 축에 대해 대칭이다.

8. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 11$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

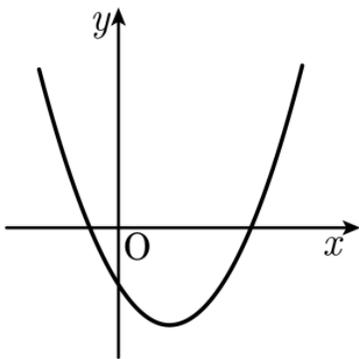
해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 11 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 11 \\ &= 2(x - 2)^2 + 3\end{aligned}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



① a

② b

③ c

④ a, b

⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

10. 세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

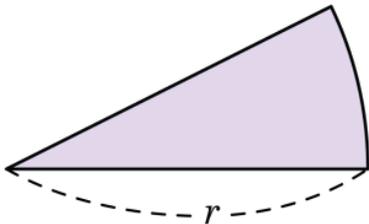
세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 각각 대입하면

$$a - b + c = 13, c = -2, a + b + c = -11$$

$$\therefore a = 3, b = -12, c = -6$$

$$\therefore y = 3x^2 - 12x - 2 = 3(x - 2)^2 - 8$$

11. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)$ cm

부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

12. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 6)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

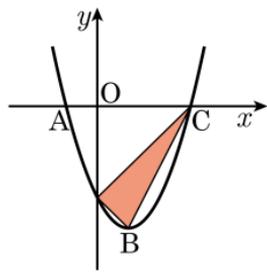
▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 $(k, 6)$ 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

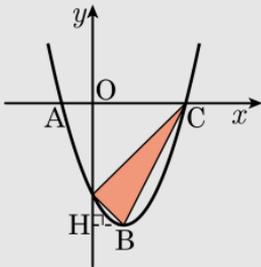
13. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

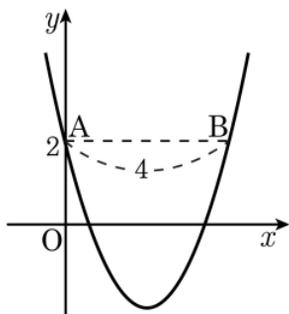
iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

14. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, \overline{AB} 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -4$

▷ 정답: $b = 2$

해설

B 의 좌표가 $(4, 2)$ 이므로 $A(0, 2), B(4, 2)$ 를 각각 대입하면
 $2 = b, 2 = 16 + 4a + b$,
 즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 20m인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.
넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,

$$y = x(20 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x - 5)^2 + 50$$

$x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

16. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

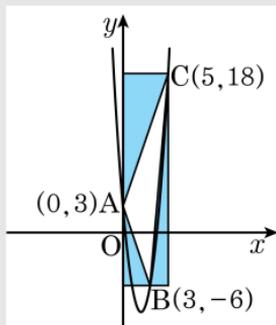
17. 이차함수 $y = 3x^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a), B(3, b), C(5, 18)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$y = 3(x - 2)^2 - 1 - 8 = 3(x - 2)^2 - 9$$



$$f(0) = 3, \quad A(0, 3)$$

$$f(3) = -6, \quad B(3, -6)$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\begin{aligned} & 5 \times 24 - \frac{1}{2} (5 \times 15 + 3 \times 9 + 2 \times 24) \\ & = 120 - 75 = 45 \end{aligned}$$

18. 권당 90000 원인 책을 100 권까지는 정가에 팔고, 101 권부터는 판매량이 1 권씩 증가할 때마다 200 원씩 할인해서 판다고 할 때, 총 판매금액이 최대가 될 때의 권당 판매 가격을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 55000 원

해설

판매량을 x 권이라 하면

(1) $x \leq 100$ 일 때

$$(\text{총 판매 금액}) = 90000 \times x = 90000x$$

따라서 $x = 100$ 일 때, 총 판매금액의 최댓값은 9000000 원이다.

(2) $x > 100$ 일 때

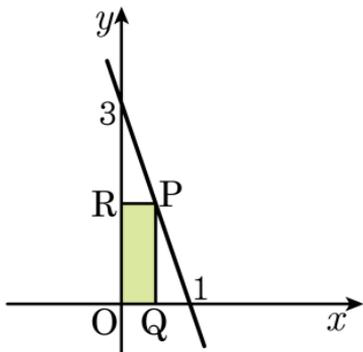
$$(\text{판매가}) = 90000 - 200(x - 100) = 110000 - 200x$$

$$\begin{aligned} (\text{총 판매 금액}) &= x(110000 - 200x) \\ &= -200x^2 + 110000x \\ &= -200(x - 275)^2 + 15125000 \end{aligned}$$

따라서 판매권수가 $x = 275$ 일 때, 총 판매 금액의 최댓값은 15125000 원이다.

(1), (2)에 의하면 판매량이 275 권일 때, 총 판매금액이 15125000 원이고,
이때의 판매가는 한 권당 55000 원이다.

19. 직선 $y = -3x + 3$ 위의 제 1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$y = x(-3x + 3) (0 < x < 1)$$

$$= -3x^2 + 3x$$

$$= -3 \left(x^2 - x + \frac{1}{4} \right) + \frac{3}{4}$$

$$= -3 \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{3}{4}$$