

1. 다음 중 x 가 2 의 제곱근임을 나타내는 식은?

① $x = \sqrt{2}$

② $x = 2^2$

③ $x^2 = 2$

④ $2 = \sqrt{x}$

⑤ $x = \sqrt{2^2}$

해설

x 가 a 의 제곱근일 때 (단, $a \geq 0$)

$$x^2 = a$$

2. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{81}$

③ 1.5

④ 155

⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2} \text{의 제곱근}\right) = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81} \text{의 제곱근}\right) = \pm \frac{1}{9}$

③ (1.5 의 제곱근) = $\pm \sqrt{1.5}$

④ (155 는 제곱수가 아니므로 155 의 제곱근) = $\pm \sqrt{155}$

⑤ (66 은 제곱수가 아니므로 66 의 제곱근) = $\pm \sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

3. $\sqrt{64} + \sqrt{(-7)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\sqrt{64} + \sqrt{(-7)^2} = \sqrt{64} + \sqrt{49} = 8 + 7 = 15$$

4. $0 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(5-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x - 5 < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(x-5)^2} = -(x-5)$$

$$\therefore (\text{준식}) = -(x-5) - (5-x) = -x+5-5+x=0$$

5. $\sqrt{3^3 \times 5 \times 7 \times x}$ 가 가장 작은 자연수가 되기 위한 정수 x 값을 구하여라.

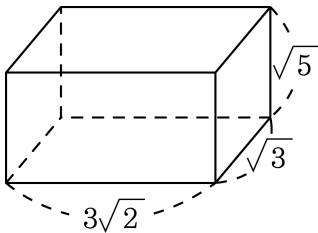
▶ 답 :

▷ 정답 : 105

해설

$\sqrt{3^3 \times 5 \times 7 \times x}$ 가 자연수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전 제곱수가 되어야 하므로 가장 작은 정수 $x = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피를 $\sqrt{a}$ 의 꼴로 나타냈을 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 270$

해설

직육면체의 부피는 (가로) $\times$ (세로) $\times$ (높이) 이므로 $3\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{30} = \sqrt{270}$ 이다. 따라서 a 의 값은 270 이다.

7. x 가 유리수 일 때, $(2 + x\sqrt{2})(3 - \sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 x 의 값을 정하여라.

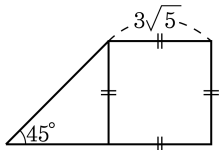
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

해설

식 $(2 + x\sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = 6 - 2\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} - 2x$ 가 유리수가 되어야
하므로 $-2\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} = 0$ 이 되어야 한다. 따라서 $-2 + 3x = 0$
이므로 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

8. 다음 그림은 직각이등변삼각형과 정사각형을 붙여 만든 사다리꼴이다. 사다리꼴의 넓이를 구하면?



① $\frac{133}{2}$
④ $\frac{139}{2}$

② $\frac{135}{2}$
⑤ $\frac{141}{2}$

③ $\frac{137}{2}$

해설

직각이등변삼각형이므로 사다리꼴의 아랫변은 $3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$ 이다. 따라서 사다리꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}(3\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \times 3\sqrt{5} = \frac{135}{2}$

9. $\sqrt{12}$ 의 소수 부분을 a 라 할 때, $\sqrt{48}$ 의 소수 부분을 a 를 사용한 식으로 바르게 나타낸 것은?

① $a - 1$

② a

③ $2a - 1$

④ $2a$

⑤ $3a$

해설

$3 < \sqrt{12} < 4$ 이므로 $\sqrt{12}$ 의 정수 부분 3 , 소수 부분 $a = \sqrt{12} - 3 = 2\sqrt{3} - 3$

$6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로 $\sqrt{48}$ 의 정수 부분 $b = 6$, 소수 부분 $= \sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6$

$$\therefore 4\sqrt{3} - 6 = 2(2\sqrt{3} - 3) = 2a$$

10. $x < 0$ 일 때, $\sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)}$ 을 간단히 하면?

① $-5x$

② x

③ $5x$

④ $11x$

⑤ $13x$

해설

$x < 0$ 일 때, $-3x > 0$, $5x < 0$, $3x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(-3x)^2} - \sqrt{(5x)^2} - \sqrt{(9x^2)} \\ &= -3x - (-5x) - (-3x) \\ &= -3x + 5x + 3x = 5x \end{aligned}$$

11. $\sqrt{28-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값이 아닌 것을 고르면?

① 3

② 5

③ 12

④ 19

⑤ 27

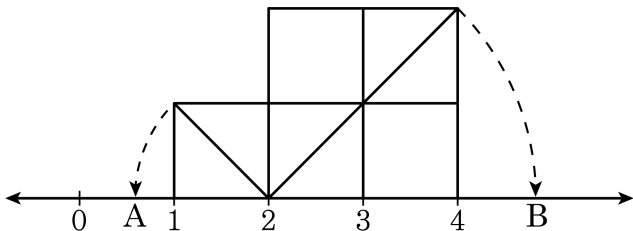
해설

28 보다 작은 제곱수는 1, 4, 9, 16, 25

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{28-5} = \sqrt{23}$$

23 은 제곱수가 아니므로 $x = 5$

12. 다음 수직선 위의 두 점 A, B 에 대응하는 수를 각각 A, B 라고 할 때 선분 AB 의 길이를 구하 여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

작은 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$

큰 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2}$

$$A = 2 - \sqrt{2}, B = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AB} = 2 + 2\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2}) = 3\sqrt{2}$$

13. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 - \sqrt{2} < 2$

② $2 - \sqrt{7} < \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} > -4$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} + 1$

해설

① $4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{2} > 2$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} - (-4) > 0$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3) = -\sqrt{3} + 3 = -\sqrt{3} + \sqrt{9} > 0$

$\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < \sqrt{3} + 1$

14. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 비교를 하여라.

$$a = 2\sqrt{3} - 1, b = 3\sqrt{2} - 1, c = 9 - 3\sqrt{3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < b < c$

해설

$$a = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$$

$$b = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1$$

$$c = 9 - 3\sqrt{3} = 9 - \sqrt{27}$$

$$c - b = 9 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 1$$

$$= 10 - 3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) > 0 \quad \therefore c > b$$

$$\therefore c > b > a$$

15. $-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} -5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}} &= -5 \times \sqrt{\frac{7 \times 26 \times 2}{7 \times 13}} \\ &= -5\sqrt{4} = -10 \end{aligned}$$

16. $\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $\frac{\sqrt{15}}{2}$ 가 되었다. 이 때, 자연수 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 12

해설

$$\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6a}}{2 \times 6} = \frac{\sqrt{6a}}{4}$$

$$\frac{\sqrt{6a}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{6a} = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$$

$$\therefore a = 10$$

17. $\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}} \div \frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}} &= \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{30}}{2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{15}} \\ &= \frac{\sqrt{6^2 \times 30}}{\sqrt{3^2 \times 15}} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

18. $\sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$$\sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18}$$

$$= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$$

$$= -3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore a = -3, b = 2$$

따라서 $a + b = -3 + 2 = -1$ 이다.

19. $\frac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}} - \frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$ 를 계산하면?

- ① $24\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{6}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{(3+2\sqrt{2})^2 - (3-2\sqrt{2})^2}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\ &= \frac{(9+8+12\sqrt{2}) - (9+8-12\sqrt{2})}{9-8} \\ &= 24\sqrt{2} \end{aligned}$$

20. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $4\sqrt{3} - 1 > 3 + \sqrt{75}$

㉡ $4 - \sqrt{12} < 1 + \sqrt{3}$

㉢ $-2 + 3\sqrt{3} < 2 + \sqrt{12}$

㉤ $-3\sqrt{7} + \sqrt{2} > -\sqrt{7} - \sqrt{2}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $4\sqrt{3} - 1 > 3 + \sqrt{75}$

$$4\sqrt{3} - 1 - 3 - 5\sqrt{3} = -\sqrt{3} - 4 < 0$$

$$\therefore 4\sqrt{3} - 1 < 3 + \sqrt{75}$$

㉤ $-3\sqrt{7} + \sqrt{2} > -\sqrt{7} - \sqrt{2}$

$$-3\sqrt{7} + \sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2} = -2\sqrt{7} + 2\sqrt{2} < 0$$

$$\therefore -3\sqrt{7} + \sqrt{2} < -\sqrt{7} - \sqrt{2}$$

21. 제곱근표에서 $\sqrt{6} = 2.449$ 일 때, $\sqrt{0.54}$ 의 값을 구하여라.

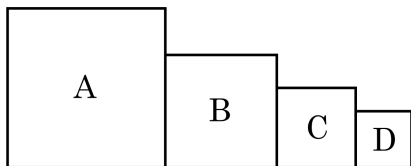
▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7347

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{0.54} &= \sqrt{\frac{54}{100}} = \frac{\sqrt{54}}{10} \\ &= \frac{\sqrt{6 \times 3^2}}{10} = \frac{3 \times 2.449}{10} \\ &= 0.7347\end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4} \text{ cm}$

② $\frac{1}{2} \text{ cm}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ cm}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이})$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4 cm^2 이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 $(D \text{의 넓이}) = (\text{한 변의 길이})^2 = \frac{1}{2} (\text{cm}^2)$ 이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) \text{ 이다.}$$

23. 25 의 음의 제곱근과 어떤 수의 양의 제곱근을 더하였더니 -1 이 되었다. 어떤 수는?

① 4

② 9

③ 16

④ 36

⑤ 49

해설

25 의 음의 제곱근 : -5

$$-5 + \square = -1, \square = 4$$

4 는 16 의 양의 제곱근

24. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

25. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

26. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{57+x}$ 이므로 $x = 23$ 이다.

27. 실수 x, y 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $x \odot y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y + \sqrt{2}xy$ 라 하자. 등식 $(a \odot 2) + (2a \odot 1) = b\sqrt{3} + 20\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 14

② 17

③ 21

④ 23

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}(a \odot 2) + (2a \odot 1) &= \sqrt{3}a + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}a + 2\sqrt{3}a + \sqrt{3} + 2\sqrt{2}a \\&= (a + 2 + 2a + 1)\sqrt{3} + (2a + 2a)\sqrt{2} \\&= (3a + 3)\sqrt{3} + 4a\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$b = 3a + 3, 4a = 20 \text{ 이므로 } a = 5, b = 18$$

$$\therefore a + b = 23$$

28. $2 < \sqrt{a+2b} < 3$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b 는 자연수, $a \neq b$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

$$2 < \sqrt{a+2b} < 3, \quad \sqrt{4} < \sqrt{a+2b} < \sqrt{9}$$

$$a+2b = 5, 6, 7, 8$$

$$(a, b) = (1, 2), (3, 1), (4, 1), (1, 3), (3, 2),$$

$$(5, 1), (2, 3), (4, 2), (6, 1)$$

따라서 9개이다.

29. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

- ㉠ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉢ $\frac{b}{a}$ ($a \neq 0$) 는 항상 무리수이다.
- ㉣ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉤ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

▶ 답 :

개

▶ 정답 : 2개

해설

㉠ $a = 2, b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.

㉤ $a = 3, b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

30. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	...
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	...
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	...
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	...
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	...

① $a = 1.000, b = 1.13$

② $a = 1.005, b = 1.15$

③ $a = 1.049, b = 1.42$

④ $a = 1.196, b = 1.22$

⑤ $a = 1.192, b = 1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105 인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서 $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.