

1. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고, 나머지가 3이었다. 이 수를 4로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(어떤 수) = $7 \times 5 + 3 = 4 \times 9 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

2. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

3. $2^4 = a$, $3^b = 27$ 을 만족하는 a , b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 8$, $b = 2$ ② $a = 8$, $b = 3$ ③ $a = 16$, $b = 2$

④ $a = 16$, $b = 3$ ⑤ $a = 32$, $b = 4$

해설

$2^4 = 16$, $3^3 = 27$ 이므로 $a = 16$, $b = 3$ 이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 2는 소수이다.
- ② 1과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
- ③ 1은 소수가 아니다.
- ④ 합성수는 약수가 3개 이상인 수이다.
- ⑤ 소수는 약수가 1개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2개이다.

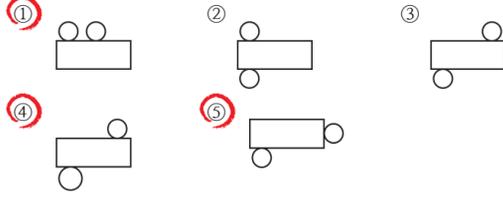
5. 120 을 소인수분해한 것 중 알맞은 것은?

- ① $2^3 \times 3 \times 5$ ② $4^2 \times 3 \times 5$ ③ $2 \times 6 \times 10$
④ $2^2 \times 6 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3 \times 10$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120} \\ 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ \quad 5 \end{array}$$
$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

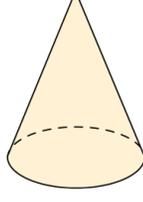
6. 원기둥의 전개도가 아닌 것을 모두 고르시오.



해설

원기둥의 전개도에서 전개도의 모양은 밑면의 위치, 옆면의 위치에 따라 여러 가지로 나타낼 수 있고 두 밑면은 합동인 원이어야 합니다.

7. 다음 원뿔을 보고, 길이가 짧은 것부터 차례로 기호를 쓰시오.



- ㉠ 밑면의 지름 ㉡ 높이 ㉢ 모선

▶ 답:

▶ 답:

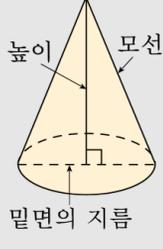
▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

해설



그림에서 비교해 보면 모선, 높이, 밑면의 지름 순으로 길이가 갑니다.

8. 원뿔에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르시오.

- ① 원뿔의 꼭짓점은 1개입니다.
- ② 모선은 2개입니다.
- ③ 옆면의 모양은 평면입니다.
- ④ 밑면이 2개입니다.
- ⑤ 모선의 길이는 모두 같습니다.

해설

- ② 원뿔의 모선은 수없이 많습니다.
- ③ 원뿔의 옆면의 모양은 곡면입니다.
- ④ 원뿔의 밑면은 1개입니다.

9. 원기둥, 구, 원뿔의 공통점을 모두 고른 것을 찾으시오.

- ㉠ 다각형을 1 회전 시켜 얻은 입체도형입니다.
- ㉡ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 원입니다.
- ㉢ 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면은 원입니다.
- ㉣ 위에서 본 모양은 원입니다.
- ㉤ 꼭짓점이 없습니다.
- ㉥ 어느 방향으로 자르든지 단면의 모양은 항상 원입니다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 원기둥은 직사각형, 원뿔은 직각삼각형을 회전시킨 것이지만 구는 반원을 회전시킨 것입니다.
- ㉡ 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면은 원기둥은 직사각형, 원뿔은 이등변삼각형, 구는 원입니다.
- ㉢ 원뿔에는 꼭짓점이 있습니다.
- ㉣ 어느 방향으로 자르든지 단면의 모양이 항상 원인 입체도형은 구입니다.

10. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

- ① 20 ② 21 ③ 33 ④ 39 ⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
따라서 n 의 값의 합은 $1+2+3+6+9+18=39$

11. 자연수 300 을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 합을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 24 ⑤ 39

해설

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2, \quad 2 + 3 + 5 = 10$$

12. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

13. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

- ①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

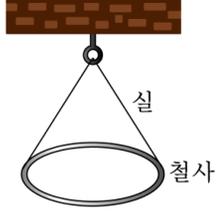
14. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 원 모양의 철사에 실을 매어 고리에 달았습니다. 실을 수없이 연결하여 입체도형을 만들었을 때, 연결한 실은 모두 무엇이 되겠는지 구하시오.



▶ 답:

▷ 정답: 모선

해설

실을 수없이 연결하면 원뿔 모양이 되며 연결된 실은 꼭짓점과 밑면의 원둘레의 한 점을 연결한 것과 같으므로 모선입니다.

17. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ㉠ 1 ㉡ 3 ㉢ 9 ㉣ 7 ㉤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

18. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉰다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

19. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

- ① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

20. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

21. 400 보다 작은 자연수에 대하여, 5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

5의 배수이지만 2, 3, 4의 배수는 아닌 수는 5의 배수이면서 2, 3의 배수가 아닌 수이다.

$$\therefore 80 - 40 - 26 + 13 = 27$$

22. $2520 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s$ 로 소인수분해될 때, $a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s}$ 의 값을 구하여라.
(단, $a < b < c < d$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, d = 7,$$

$$p = 3, q = 2, r = 1, s = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s} \\ &= 2 \times 3 + 3 \times 2 + \frac{5}{1} + \frac{7}{1} \\ &= 6 + 6 + 5 + 7 \\ &= 24 \end{aligned}$$

23. 504 를 자연수 a 로 나누어 떨어지는 자연수 b 의 제곱이 될 때, $a + b$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2 \text{ 이므로}$$

$a = 2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 504$ 가 가능하다.

$$a = 2 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 6^2 \quad \therefore b = 6$$

$$a = 2^3 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 3^2 \quad \therefore b = 3$$

$$a = 2 \times 3^2 \times 7 \text{ 일 때, } b^2 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$$a = 504 \text{ 일 때, } b = 1$$

$$\therefore (a + b \text{의 최소값}) = 14 + 6 = 20$$

24. 자연수 n 의 약수의 개수를 $\langle n \rangle$ 이라 할 때, $\langle a \rangle \times \langle 420 \rangle = 192$ 를 만족하는 가장 작은 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $\langle 420 \rangle = (2+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$
 $\langle a \rangle \times 24 = 192$, $\langle a \rangle = 8$
 $8 = 2 \times 2 \times 2$ 일 때, $a = 2 \times 3 \times 5 = 30$
 $8 = 4 \times 2$ 일 때, $a = 2^3 \times 3 = 24$
 \therefore 가장 작은 a 의 값은 24 이다.

25. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는
 $(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수) +
 $1 = 3$ 이 되어야 한다.
그러므로 $9 = 3^2$ 이다.