1. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

1 의 약수 : 1

39 의 약수 : 1, 3, 13, 39

49 의 약수 : 1, 7, 49

51 의 약수 : 1, 3, 17, 51

따라서 소수는 19, 29, 59, 89 의 4개이다.

2. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2 \text{ 이므로 } (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$$

$$48 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로 } (4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$$

$$64 = 2^6 \text{ 이므로 } 6+1 = 7(\text{개})$$

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$$

3. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은?

- ① 2, 7 ② 3, 8 ③ 4, 17 ④ 10, 15 ⑤ 11, 21

해설

④ 10 과 15 의 최대공약수는 5 이므로 두 수는 서로소가 아니다.

4. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 11 과 19 는 소수이다.
- ㉢ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 1 뿐이다.
- ㉣ 두 소수는 항상 서로소이다.
- ㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 없다.

- ① ㉡,㉢
- ② ㉠,㉡,㉢
- ③ ㉡,㉢,㉣
- ④ ㉠,㉡,㉢,㉣
- ⑤ ㉠,㉡,㉢,㉣,㉤

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ㉡ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 7, 9 이다.

5. 다음 두 수의 최대공약수는?

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$$

- ① 8 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 14

해설

$$2^2 \times 3 = 12$$

6. 다음은 재중이와 사랑이의 대화이다. □안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 차례대로 써넣어라.

보기

공약수, 최대공약수, 5, 6

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □ 개구나.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

재중 : 드디어 구했어! 사랑아!
사랑 : 무엇을 구했는데?
재중 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 45가 답이야.
사랑 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?
재중 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.
사랑 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.
재중 : 그럼, □(= 최대공약수)의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같구나!
사랑 : 맞아!
재중 : 공약수의 개수는 □(= 6) 개구나.

45를 소인수분해하면 $45 = 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

7. 두 수 84, 120의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

84와 120의 최대공약수는 12이고, 12의 약수는 모두 6개이므로 84, 120의 공약수의 개수는 12개이다.

8. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

- ① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

$$A = 8 \times 9 + 3 = 75$$

9. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

10. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7 \times 5$
- ㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^2 \times y^3$
- ㉢ $4 \times 4 = 2^4$
- ㉣ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 + 3^3$
- ㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \frac{3}{5^3}$

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉠ $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$
- ㉡ $x \times x \times y \times x \times y = x^3 \times y^2$
- ㉢ $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^3$
- ㉤ $\frac{1}{5} \times 3 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = 3 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$

11. 다음을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

① $a = 25, b = 1$

② $a = 25, b = 2$

③ $a = 125, b = 1$

④ $a = 125, b = 2$

⑤ $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$ 이므로 $a = 125, b = 2$ 이다.

12. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 2는 소수이다.
- ② 1과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
- ③ 1은 소수가 아니다.
- ④ 합성수는 약수가 3개 이상인 수이다.
- ⑤ 소수는 약수가 1개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2개이다.

13. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

14. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 5^3$

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^2 \times 5^2$

④ $2^2 \times 7$

⑤ $3^3 \times 7^3$

해설

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 5^2 \times 7$, $2^3 \times 5^4 \times 7^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 7$ (지수가 작은 쪽)

15. $90, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

- ① $2 \times 3 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수: $2 \times 3 \times 5$

16. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

17. 60에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

18. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면?

㉠ $2 \times 3 \times 5$

㉡ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

㉢ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

㉣ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

㉤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

19. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^3 \times 3^3 \times 5$
④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.

$2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

20. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3^2

② $2^3 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^3 \times 3$

21. 서로 다른 세 수 $32, 80, a$ 의 최대공약수가 16일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 16

▷ 정답: 48

▷ 정답: 64

▷ 정답: 96

해설

$$\begin{array}{r} 16) \ 32 \ 80 \ a \\ \underline{2 \ 5 \ \square} \end{array}$$

세 수를 16으로 나눈 몫이 각각 2, 5, $\square$ 이고, 최대공약수는 16을 만족하여야 한다.

따라서 a 는 16의 배수가 되는 두 자리 자연수이다.

또한 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 3, 4, 6 이므로 (서로 다른 세 수이므로 2와 5는 제외)

a 의 값은 각각 16, 48, 64, 96이다.

22. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면?

- ① 3 ② 5 ③ 9 ④ 10 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \\ \underline{5} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 45} \\ \underline{3 \overline{) 15}} \\ \underline{5} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 90} \\ \underline{3 \overline{) 30}} \\ \underline{2 \overline{) 10}} \\ \underline{5} \end{array}$$

$$15=3 \times 5 \quad 45=3^2 \times 5 \quad 90=2 \times 3^2 \times 5$$

따라서, 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

23. 약수의 개수가 36 개이고, $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인가? (단, x, y, z 는 자연수)

- ① 3개 ② 6개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 15개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로

$(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$ 으로 3 개이다.

24. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$$

$$(a+1) \times (b+1) = 6$$

$$a+1 = 2, b+1 = 3 \text{ 또는 } a+1 = 3, b+1 = 2$$

$$a = 1, b = 2 \text{ 또는 } a = 2, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1 + 2 = 3$$

25. 1 부터 50 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
50 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 2², 3², 5², 7² 의 4 개