1. 두 다항식 $2x^2+2x-4$와 $4x^3-4$에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.

② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.

③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.

④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.

⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2+2x-4=2(x-1)(x+2)$
$4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

2. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$(x-k)^2 + (y+k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \cdots ㉠$

반지름의 길이가 1 이므로

㉠에서 $-k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$

$k^2 - 4k + 3 = 0, (k-1)(k-3) = 0$

$\therefore k = 1$ 또는 $k = 3$

따라서 합은 4이다.

3. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20-2a) = a(10-a) = -a^2+10a \\ &= -(a^2-10a+25)+25 \\ &= -(a-5)^2+25 \end{aligned}$$

$a=5$, $b=25$

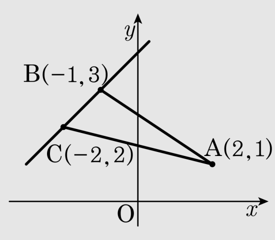
따라서 $a+b=30$ 이다.

4. 두 점 A(2, 1), B(−1, 3)을 연결한 선분 AB 와 직선 $l : y = k(x+2)+2$ 가 공유점을 가질 k 의 범위는 $\alpha \le k \le \beta$ 이다. 이 때, $\alpha+\beta$ 의 값은?

① $\frac{3}{4}$ ② 1 ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$y = k(x+2)+2$, $k(x+2)+2-y=0$ 은
k 에 관계없이 $x+2=0$, $2-y=0$ 의 교점
즉, $(-2, 2)$ 를 지난다.
이 점을 C 라 하면 선분 AB 와 직선 l
이
만나려면 그림에서 l 의 기울기 k가
l_2 의 기울기보다 작거나 같아야하고,
l_3 의 기울기보다 크거나 같아야한다.



$\beta = (l_2 \text{ 의 기울기}) = \dfrac{2-3}{-2-(-1)} = 1$

$\alpha = (l_3 \text{ 의 기울기}) = \dfrac{2-1}{-2-2} = -\dfrac{1}{4}$

$\therefore\ \alpha+\beta = 1 + \left(-\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{3}{4}$

5. 함수 $f(x)=ax+b$가 $2 \le f(1) \le 4$, $0 \le f(2) \le 3$을 만족할 때, $f(3)$의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(1)=a+b,\ f(2)=2a+b$
$f(3)=3a+b$이므로 $f(3)=2f(2)-f(1)$
조건에서 $2 \le f(1) \le 4$ …… ㉠
$0 \le f(2) \le 3$ …… ㉡
㉠에서 각 변에 -1을 곱하면
$-4 \le -f(1) \le -2$ …… ㉢
㉡에서 각 변에 2를 곱하면
$0 \le 2f(2) \le 6$ …… ㉣
$\therefore\ -4 \le f(3) \le 4$
따라서, $f(3)$의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.