

3. 'korea'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 84개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

4. 등식 $\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ 을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \text{에서}$$

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} \text{이므로}$$

$$a = 2 \text{이고 } \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{이 때, } b + \frac{1}{c} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \text{이므로 } b = 1, c = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + 3^2 = 14$$

5. $t = 0$ 에서 $t = 1$ 까지 인구는 $i\%$ 증가하였고, $t = 1$ 에서 $t = 2$ 까지 인구는 $j\%$ 증가하였다면, $t = 0$ 에서 $t = 2$ 까지 인구 증가율은?

① $(i + j)\%$

② $ij\%$

③ $(i + ij)\%$

④ $\left(i + j + \frac{ij}{100}\right)\%$

⑤ $\left(i + j + \frac{i + j}{100}\right)\%$

해설

$t = 0$ 에서의 인구는 P

$t = 2$ 까지 인구 증가율을 $k\%$ 라 하자.

$$P\left(1 + \frac{k}{100}\right)$$

$$= P\left(1 + \frac{i}{100}\right)\left(1 + \frac{j}{100}\right),$$

$$1 + \frac{k}{100} = 1 + \frac{i + j}{100} + \frac{ij}{10000}$$

$$\therefore k = i + j + \frac{ij}{100}$$

6. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \text{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠} \times 2 - \text{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

7. $2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0$ 이고, $xy > 0$ 일 때, $\frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0$$

$$\begin{array}{l} x \quad -3y \\ \diagdown \quad / \\ 2x \quad y \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-3y)(2x+y) = 0$$

$$x = 3y \text{ 또는 } 2x = -y$$

$xy > 0$ 이므로 x, y 의 부호는 같다

$$\therefore x = 3y$$

$$\Rightarrow \frac{(x-y)^2}{x^2+y^2} = \frac{(3y-y)^2}{(3y)^2+y^2} = \frac{2}{5}$$

8. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \dots + \frac{1}{f(99)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$ 이므로

$$\frac{1}{f(x)} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준 식}) &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \\ &\quad (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\ &= \sqrt{100} - 1 = 10 - 1 = 9 \end{aligned}$$

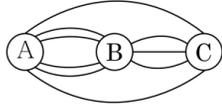
9. 무리함수 $y = \sqrt{x-a} + 1$ 에 대하여 $f^{-1}(2) = 3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \\ \therefore 2 &= \sqrt{3-a} + 1 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

10. 그림과 같이 A 에서 B 로 가는 길은 4 가지, B 에서 C 로 가는 길은 3 가지, A 에서 C 로 가는 길은 2 가지이다. A 에서 C 를 왕복하는 데 B 를 한 번만 거치는 방법의 수는?



- ① 24 ② 48 ③ 56 ④ 72 ⑤ 96

해설

$$\begin{aligned}
 & (1) A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \\
 & \quad : 2 \times 3 \times 4 = 24 \\
 & (1) A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \\
 & \quad : 4 \times 3 \times 2 = 24 \\
 & \therefore 24 + 24 = 48
 \end{aligned}$$

11. 18000 의 양의 약수 중에서 짝수의 개수는?

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

해설

$$18000 = 2^4 \times 3^2 \times 5^3$$

따라서 양의 약수 중에서 짝수인 것의 개수는

$$4 \times (2 + 1) \times (3 + 1) = 48 \text{ (개)}$$

12. 어떤 등산모임에서는 다음과 같이 강원도, 충청도, 전라도 세 지역의 6개의 산을 6주에 걸쳐 주말마다 하나씩 등산할 계획을 세우고 있다.

지역	산
강원도	설악산, 오대산
충청도	계룡산, 소백산
전라도	내장산, 지리산

같은 지역의 산끼리 연속적으로 등산하지 않도록 계획을 세우는 방법은 모두 몇 가지인가?

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 120 ⑤ 240

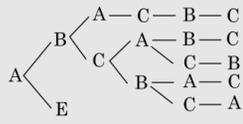
해설

세 지역 강원도, 충청도, 전라도를 각각 A, B, C 라 하면 1주차에 A 지역 산을 등산하고, 2주차에 B 지역 산을 등산하는 경우는 다음 수형도와 같이 5가지가 있고, 같은 지역의 산끼리 위치를 바꾸는 방법은 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)

한편, 1주차에 A 지역, 2주차에 C 지역의 산을 등산하는 경우도 같으므로 1주차에 A 지역의 산을 등산하는 방법의 수는 $5 \times 8 \times 2 = 80$ (가지)

또한, 1주차에 B, C 지역의 산을 등산하는 경우의 수도 같다. 따라서 구하는 방법의 수는

$$80 \times 3 = 240 \text{ (가지)}$$



13. 5원 짜리 동전 4개, 10원 짜리 동전 2개, 100원 짜리 동전 1개를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 수 있는 지불금액의 수는 몇 가지인가?

- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 22 ⑤ 26

해설

5원 짜리 동전 4개이면 10원 짜리 동전 2개와 같으므로 금액이 중복된다.

10원 짜리 동전 2개를 5원 짜리 동전 4개로 바꾸면 5원 짜리 동전 8개, 100원 짜리 동전 1개가 되고 지불 방법의 수는

$$(8+1) \times (1+1) = 18(\text{가지})$$

돈이 0원이면 지불하는 것이 아니므로

$$18 - 1 = 17(\text{가지})$$

14. 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 60개

해설

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

15. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

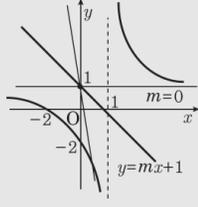
16. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $0 < m \leq 12$ ② $-12 \leq m < 0$ ③ $-12 < m \leq 0$
 ④ $0 \leq m < 12$ ⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

(i) 그림에서 $m = 0$ 일 때 두 그래프는 만나지 않는다.



(ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

(i), (ii) 에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는 $-12 < m \leq 0$

17. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

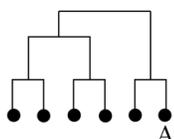
▶ 답: 개

▷ 정답: 34개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로
 $\times \times 0$ 의 꼴 $\rightarrow 4 \times 4$, $\times \times 2$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$, $\times \times 4$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$
따라서 짝수의 개수는 $4 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 3 = 34$ (개)

18. 지난 대회 우승 팀 A가 먼저 배정을 받은 다음 그림과 같은 토너먼트 방식의 대진표에서 제비뽑기를 하여 5개의 팀을 결정하기로 할 때, 가능한 모든 경우의 수는?



- ① 15 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 30

해설

A 팀과 게임을 할 팀을 뽑는 방법의 수는
 ${}^5C_1 = 5$ (가지)
 그 각각의 경우에 대하여 나머지 4팀을
 (2팀, 2팀)으로 편성하는 방법의 수는
 ${}^4C_2 \times 2 \times C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$ (가지)
 따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 3 = 15$ (가지)

19. 10명의 주주 중에서 사장 1명, 부사장 2명을 뽑는 방법의 수는?

- ① 240 ② 280 ③ 360 ④ 480 ⑤ 720

해설

10명 중에서 사장 1명을 뽑는 가지수는 ${}_{10}C_1$,
나머지 9명 중에서 부사장 2명을 뽑는 가지수는 ${}_{9}C_2$
따라서 ${}_{10}C_1 \times {}_{9}C_2 = 360$

20. 11 명의 학생을 3 명, 3 명, 5 명의 3 개의 조로 나누어 과학실, 화장실, 식당을 청소하도록 하는 방법의 수는?

① 4620

② 6930

③ 13860

④ 27720

⑤ 55440

해설

$${}_{11}C_3 \times {}_8C_3 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 27720$$

21. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?



- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.

이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수

중에서

3개를 택하여 나열하는 방법의 수는

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

22. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, *p*, *r*, *l*은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

- ① 20 ② 24 ③ 30 ④ 60 ⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 *p*, *r*, *l*을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{5!}{3!} = 20$$

23. 초등학생 2 명, 중학생 2 명, 고등학생 2 명을 일렬로 세울 때, 초등학생 2 명은 이웃하고, 중학생 2 명은 이웃하지 않도록 세우는 방법의 수는?

- ① 72 ② 84 ③ 96 ④ 120 ⑤ 144

해설

초등학생 2 명과 중학생 2 명을 각각 함께 묶어서 4 명을 일렬로

세우는 방법의 수는

$$4! \times 2! \times 2 = 96 \text{ (가지)}$$

초등학생 2 명만 함께 묶어서 5 명을 일렬로 세우는 방법의 수는

$$5! \times 2 = 240 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 방법의 수는 $240 - 96 = 144$ (가지)

24. 자연수 n 에 대하여 ${}_{n+3}C_3 + \frac{{}_{n+3}C_2}{3} = \frac{32}{3}(n+3)$ 이 성립할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

$${}_{n+3}C_3 = \frac{{}_{n+3}P_3}{3!} = \frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6},$$

$${}_{n+3}C_2 = \frac{{}_{n+3}P_2}{2!} = \frac{(n+2)(n+3)}{2},$$

$${}_{n+3}C_3 + \frac{{}_{n+3}C_2}{3} = \frac{32}{3}(n+3) \text{ 에서}$$

$$\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6} + \frac{(n+2)(n+3)}{6} = \frac{32}{3}(n+3)$$

양변에 $\frac{6}{n+3}$ 을 곱하여 정리하면

$$n^2 + 4n - 60 = 0, (n-6)(n+10) = 0$$

$$\therefore n = 6$$

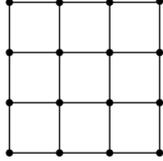
25. 남자 3 명, 여자 4 명을 한 줄로 세울 때, 양 끝과 한가운데 여자가 서는 방법의 수는?

- ① 72 ② 144 ③ 288 ④ 576 ⑤ 684

해설

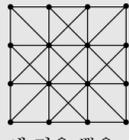
여자를 a 라 하면,
 a a a 와 같은 방법이어야 하므로 a 의 위치에 세
울 여자를 선택하는 방법은 ${}_4P_3$ 이고, 의 위치에 세울 사람
(여자 1명, 남자 3명)을 선택 하는 방법은 $4!$ 이다.
따라서, 구하는 방법의 수는
 ${}_4P_3 \times 4! = 24 \times 24 = 576$ 이다.

27. 그림과 같이 9 개의 정사각형의 꼭짓점 위에 16 개의 점이 있다. 이 중에서 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



- ① 236 ② 338 ③ 400 ④ 442 ⑤ 516

해설



세 점을 뽑을 수 있는 모든 방법의 수는
 ${}_{16}C_3 = 560$ (가지)
 4 점이 일직선 위에 있는 경우가 10 가지,
 3 점이 일직선 위에 있는 경우가 4 가지
 있으므로, 일직선 위의 세 점을 선택하는 경우의 수는
 ${}_{4}C_3 \times 10 + {}_3C_3 \times 4 = 44$
 따라서, 구하는 삼각형의 수는 $560 - 44 = 516$ (개)

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{4, 5, 6, 7\}$ 에서 X 에서 Y 로의 일대일함수의 갯수는?

- ① 12개 ② 24개 ③ 28개 ④ 32개 ⑤ 36개

해설

집합 Y 의 원소 4, 5, 6, 7에서 서로 다른 세 개를 뽑아

$1 \rightarrow \square, 2 \rightarrow \square, 3 \rightarrow \square$

의 \square 안에 넣어놓는 경우의 수와 같으므로 구하는 함수의 개수는

$${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{개})$$

29. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 과일을 1 개, 2 개, 3 개로 나누어 세 학생에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 360 가지

해설

나눈 후 배열하는 방법까지 고려한다.

$$\Rightarrow {}_6 C_1 \times 5 C_2 \times 3 C_3 \times 3! = 360$$

30. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

- ① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

31. 여섯 개의 수 3, 4, 5, 6, 7, 8 에서 서로 다른 두 수 p, q 를 택하여 이차방정식 $px^2 + qx = 0$ 을 만들 때, 만들 수 있는 집합 $A = \{x|px^2 + qx = 0\}$ 의 개수는?

- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

해설

6 개의 수 중에서 2 개를 택하여 p, q 에 나열하는 경우의 수를 생각한다.

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30 \text{ 개.}$$

이 중에서 $p = 3, q = 6$ 인 경우와 $p = 4, q = 8$ 인 경우의 해는 같아진다.

따라서 이와 같은 경우를 찾으면,

$$p = 6, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 4$$

$$p = 3, q = 4 \text{ 과 } p = 6, q = 8$$

$$p = 4, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 6$$

이므로 구하고자 하는 경우의 수는

$$30 - 4 = 26(\text{개}) \text{ 이다.}$$

32. 3 개의 증권회사, 3 개의 통신회사, 4 개의 건설회사가 있다. 증권, 통신, 건설 각 업종별로 적어도 하나의 회사를 선택하여 총 4 개의 회사에 입사원서를 내는 경우의 수는?

① 120 ② 126 ③ 132 ④ 138 ⑤ 144

해설

- (i) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 2개,
1개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는
 ${}^3C_2 \times {}^3C_1 \times {}^4C_1 = 36$ (가지)
- (ii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개,
2개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는
 ${}^3C_1 \times {}^3C_2 \times {}^4C_1 = 36$ (가지)
- (iii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개,
1개, 2개 의 회사를 선택하는 경우의 수는
 ${}^3C_1 \times {}^3C_1 \times {}^4C_2 = 54$ (가지)
- 따라서, 구하는 경우의 수는 $36 + 36 + 54 = 126$ (가지)

33. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때, 9의 배수의 개수는?

- ① 6 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9의 배수일 때 그 수는 9의 배수가 된다. 0, 1, 2, 3, 4에서 각 자리수의 합이 9의 배수가 되는 조합은 (2, 3, 4) 뿐이다. 2, 3, 4를 써서 만들 수 있는 3자리 정수는 $3! = 6$

34. 15 명의 학생을 4 명, 5 명, 6 명의 3 조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 630630 가지

해설

$${}_{15}C_4 \times {}_{11}C_5 \times {}_6C_6 = 630630$$