

1. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

①

-1

② 1

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^3 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

2. 이차방정식 $x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 갖게 하는 실수 k 의 값으로 옳지 않은 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - 3x - (k - 1) = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D = (-3)^2 + 4 \cdot 1 \cdot (k - 1) \geq 0$$

$$9 + 4k - 4 \geq 0, 4k \geq -5$$

$$\therefore k \geq -\frac{5}{4}$$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수 k 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $2x^2 - x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = -\frac{5}{2}$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 8

⑤ 11

해설

근과 계수와의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 8 - 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 = 11\end{aligned}$$

7. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면
다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \dots\dots\dots ① \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

8. 한 근이 $1 - i$ 인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1 - i$ 이면 다른 한 근은 $1 + i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a = -2, b = 2$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

$$(\text{두 근의 곱}) = a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$$

10. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = 2$

② $a = 0, b = 3$

③ $a = -1, b = 2$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k - a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

11. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + ka - 2k + b = 0$ 이 k 의 값에 관계없이
중근을 가지도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

중근을 가지려면 판별식은 0이다.

$$D' = 2^2 - (ka - 2k + b) = 0$$

$$\Rightarrow (2 - a)k + 4 - b = 0$$

모든 k 에 대하여 성립하려면

$$a = 2, b = 4$$

$$\therefore a + b = 6$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{3}{5}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$$-a = 2 + 3, a = -5$$

$$b = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\therefore -5x^2 + 6x + 3 = 0 \text{에서}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{6}{5}$$

14. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② $\frac{20}{3}$

③ 7

④ 20

⑤ -12

해설

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$$

$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = |\alpha - \beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

15. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계를 이용하면,

$$\alpha + \beta = -3 \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 &= \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} \\ &= -3 + 2 = -1\end{aligned}$$

16. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

17. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1 - 4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + \sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

18. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x - 3)(2x + 1)$

② $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

③ $(x + 3)(2x - 1)$

④ $2 \left(x + 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

⑤ $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x + 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

해설

$$a = 2, b' = -2, c = 3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

19. x 에 대한 방정식 $ax^2 + 2x - a - 2 = 0$ 의 근을 판별하면? (단, a 는 실수)

- ① 오직 한 실근을 갖는다.
- ② 항상 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ③ 중근을 갖는다.
- ④ 실근을 갖는다.
- ⑤ 허근을 갖는다.

해설

(i) $a = 0$ 일 때 : $x = \frac{a+2}{2}$

(ii) $a \neq 0$ 일 때 : 판별식을 구한다.

$$D' = 1 + a(a+2) = a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 \geq 0$$

$\therefore$ 주어진 방정식은 실근을 갖는다

20. 방정식 $x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 4$$

$$\therefore x + y = 6$$

해설

$x^2 - 4x + y^2 - 8y + 20 = 0$ 이 실근을 가지므로

$$D/4 = 4 - (y^2 - 8y + 20) \geq 0$$

$$y^2 - 8y + 16 \leq 0$$

$$(y - 4)^2 \leq 0, y = 4$$

준식에 대입하면 $x = 2$

따라서 $x + y = 6$

21. x 에 대한 이차방정식 $(a+1)x^2 - 4x + 2 = 0$ 에 대하여 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.
 ㉡ $a > 1$ 일 때, 서로 다른 두 허근을 갖는다.
 ㉢ $a < 1$ 일 때, 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$a \neq -1$ 일 때, 주어진 방정식은 이차방정식이다.

서로 다른 두 실근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 4 - 2(a+1) = 2 - 2a > 0$$

$$\therefore a < 1$$

따라서 $a < -1$ 또는 $-1 < a < 1$ 일 때,

서로 다른 두 실근을 갖는다.

중근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 2 - 2a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, $a = 1$ 일 때, 중근을 갖는다.

서로 다른 두 허근을 가질 때

$$\frac{D}{4} = 2 - 2a < 0$$

$$\therefore a > 1$$

따라서 $a > 1$ 일 때 서로 다른 두 허근을 갖는다.

22. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 갖고, 동시에 $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하면?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 가질 조건은

$$\frac{D}{4} = 4 + 6k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 가질 조건은

$$D = 25 + 8k \geq 0$$

$$\therefore k \geq -\frac{25}{8} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } -\frac{25}{8} \leq k < -\frac{2}{3}$$

따라서, 정수 $k = -3, -2, -1$

$\therefore$ 정수 k 의 개수는 3개

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$$

항상 중근을 가질 조건 : 판별식 $D = 0$

$$D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$$

$$4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$$

m 에 관해 식을 정리하면

$$(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$$

$$4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$\therefore a + b = 0$$

24. 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② $\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{22}{25}$ ④ $\frac{22}{5}$ ⑤ -2

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = 5$$

$$\begin{aligned}\frac{\alpha}{\beta^2} + \frac{\beta}{\alpha^2} &= \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{(\alpha\beta)^2} \\ &= \frac{8 - 15 \times 2}{25} = -\frac{22}{25}\end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 - 5x - m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 4배일 때, 상수 m 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

주어진 식의 한 근이 다른 한 근의 4배이므로
두 근을 α , 4α ($\alpha \neq 0$) 로 놓으면

$$\alpha + 4\alpha = 5 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha \cdot 4\alpha = -m \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 $\alpha = 1$, $m = -4$

해설

26. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 의 두 근이 연속인 정수가 되게하는 상수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $n, n+1$ 이라 하면

$$\begin{cases} n + (n+1) = a \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ n(n+1) = a+1 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } n = \frac{a-1}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$\frac{a-1}{2} \left(\frac{a-1}{2} + 1 \right) = a+1$$

이것을 정리하면 $(a+1)(a-5) = 0$

$$a = -1, 5$$

$$\therefore -1 + 5 = 4$$

27. 이차방정식 $9x^2 - 2kx + k - 5 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 실수 k 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

작은 근을 α 라 하면, 큰 근은 $\alpha + 2$ 이므로

$$\alpha + \alpha + 2 = \frac{2k}{9} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha(\alpha + 2) = \frac{k - 5}{9} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } \alpha = \frac{k}{9} - 1,$$

이것을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면

$$k^2 - 9k - 36 = 0, (k - 12)(k + 3) = 0$$

$$\therefore k = 12, -3$$

해설

두 근의 차 공식을 이용하면,

$$\frac{\sqrt{(2k)^2 - 4 \cdot 9(k - 5)}}{|9|} = 2 \text{에서}$$

$$\sqrt{4k^2 - 36(k - 5)} = 18$$

양변을 제곱하여 정리하면,

$$k^2 - 9k - 36 = 0 \therefore k = 12, -3$$

28. 이차방정식 $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

두 근을 3α , 4α 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여

$$3\alpha + 4\alpha = 14k \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \dots\dots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉣} \text{에 대입하면 } 4k^2 = 8k, 4k(k - 2) = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

따라서 양수 k 의 값은 $k = 2$ 이다.

29. x 에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 근의 공식을 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}$ 로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 $-1, 2$ 를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서
두 근을 합하면 $-\frac{2b}{a}$ 이므로

$$-\frac{2b}{a} = -1 + 2 = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 준 식은 $-2bx^2 + bx + c = 0$ 이 되고

$$\text{따라서 (두근의 합)} = -\left(-\frac{b}{2b}\right) = \frac{1}{2}$$

30. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$, $b^2 - 4ac > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 두 근은 모두 양이고 서로 다르다.
- ② 두 근은 모두 음이고 서로 다르다.
- ③ 양근 하나, 음근 하나를 가진다.
- ④ 양근, 음근, 0 을 가리지 않고 가질 수 있다.
- ⑤ 두 근은 서로 다른 부호이고, 양근이 음근의 절대값보다 크다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

두 실근을 α , β 라 하면

$a < 0$, $b > 0$, $c < 0$ 이므로

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} > 0$$

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$$

$$\therefore \alpha > 0, \beta > 0$$

31. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2 + 2cx + a-b$ 는 x 의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② $a = b$ 인 이등변삼각형

③ $b = c$ 인 이등변삼각형

④ a 가 빗변인 직각삼각형

⑤ c 가 빗변인 직각삼각형

해설

a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이므로

$$a > 0, b > 0, c > 0$$

따라서, $a + b > 0$ 이므로 준식은 이차식이다.

준식이 완전제곱식이 되려면

$$\text{판별식 } D = 0$$

$$\frac{D}{4} = c^2 - (a+b)(a-b) = 0$$

$$\text{정리하면, } c^2 - a^2 + b^2 = 0$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서, a 가 빗변인 직각삼각형

32. $x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{8}{49}$

② $\frac{49}{8}$

③ 49

④ 8

⑤ 0

해설

$x^2 + 5xy + ay^2 + y - 2$ 를 x 에 대해 정리하면

$$x^2 + 5yx + ay^2 + y - 2$$

이 이차식이 두 개의 일차식으로 인수분해 되려면
판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.

$$D = (25 - 4a)y^2 - 4y + 8$$

$$\frac{D'}{4} = 4 - 8(25 - 4a) = 0,$$

$$4 - 200 + 32a = 0$$

$$\therefore a = \frac{49}{8}$$

33. $x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$ 가 x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어질 때, 상수 a 의 값을 구하면 ?

① $\frac{2}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{5}{9}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + xy + ay^2 + x + y - 2$$

$$= x^2 + (y+1)x + ay^2 + y - 2 \text{가}$$

x, y 의 두 일차식의 곱으로 나타내어지려면

$$D = (y+1)^2 - 4(ay^2 + y - 2)$$

$$= y^2 + 2y + 1 - 4ay^2 - 4y + 8$$

$$= (1-4a)y^2 - 2y + 9 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 9(1-4a) = 0$$

$$\therefore 1 - 9 + 36a = 0$$

$$\therefore a = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

34. 이차방정식 $f(2x+1) = 2$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 4$ 가 성립한다. 이 때, $3f(x) - 2 = 4$ 의 두 근의 합은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$f(2x+1) = a(2x+1)^2 + b(2x+1) + c = 2$$

$$\therefore a(4x^2 + 4x + 1) + b(2x + 1) + c - 2 = 0$$

$$4ax^2 + 4ax + a + 2bx + b + c - 2 = 0$$

$$4ax^2 + (4a + 2b)x + a + b + c - 2 = 0$$

$$\text{따라서 두 근의 합 } \alpha + \beta = \frac{-(4a + 2b)}{4a} = 4$$

$$\therefore 4a + 2b = -16a, \quad 2b = -20a \text{ 이므로}$$

$$b = -10a$$

$$3f(x) - 2 = 4 \text{ 이므로 } 3f(x) = 6$$

$$\therefore f(x) = 2 \quad \therefore ax^2 + bx + c - 2 = 0 \text{ 에서}$$

$$\text{두 근의 합 } \alpha' + \beta' = -\frac{b}{a} = -\frac{-10a}{a} = 10$$

35. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x - 3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = 10$$

$$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$$

$$f(4x - 3) = a(4x - 3 - \alpha)(4x - 3 - \beta) = 0$$

$$\text{두 근은 } \frac{3 + \alpha}{4}, \frac{3 + \beta}{4}$$

$$\therefore \text{두 근의 합} : \frac{6 + \alpha + \beta}{4} = 4$$

36. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, $\alpha\beta \neq 0$)

① $ax^2 + bx + c = 0$

② $cx^2 + bx + a = 0$

③ $cx^2 - bx + a = 0$

④ $\frac{x^2}{a} + \frac{x}{b} + \frac{1}{c} = 0$

⑤ $abx^2 + bcx + ca = 0$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c},$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{a}{c}$$

$$\therefore x^2 - \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)x + \frac{1}{\alpha\beta} = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + \frac{b}{c}x + \frac{a}{c} = 0,$$

$$cx^2 + bx + a = 0$$