

1. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는 $6x+1$ 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $6x+7$

② $-6x+5$

③ $7x+7$

④ $7x-1$

⑤ $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는 $7x-1$ 이다.

2. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2 \\ &= \{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)\end{aligned}$$

따라서 $p = -18, g = -4$

$$\therefore pg = (-18) \times (-4) = 72$$

3. 복소수 $z = \frac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^3 - 2z^2 + 2z + 5$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{2}{1+i} = 1-i \\ z^2 &= -2i, z^3 = -2-2i \\ \therefore z^3 - 2z^2 + 2z + 5 \\ &= (-2i-2) - 2(-2i) + 2(1-i) + 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} z = 1-i &\Rightarrow z-1 = -i \\ &\Rightarrow z^2 - 2z + 1 = -1 \\ &\Rightarrow z^2 - 2z + 2 = 0 \\ z^3 - 2z^2 + 2z + 5 &= z(z^2 - 2z + 2) + 5 = 5 \end{aligned}$$

4. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수 a 의 값을 모두 구하면?

① -1

② 0, 8

③ -1, 8

④ -1, 0, -8

⑤ -1, 0, 8

해설

(i) $x=1$ 을 중근으로 가질 때
 $x=1$ 을 $x^2-ax+2a=0$ 에 대입하면 $a=-1$
(ii) $x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가질 때
 $D=a^2-8a=0$
 $\therefore a=0$ 또는 8
(i), (ii)에 의하여 $a=-1, 0, 8$

5. 이차함수 $f(x) = x^2 - (6+p)x + 4p + 12$ ($-3 \leq x \leq -1$) 의 최솟값이 0 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{19}{5}$

해설

$$f(x) = x^2 - (6+p)x + 4p + 12$$

$$= \left(x - \frac{6+p}{2}\right)^2 - \frac{p^2 - 4p - 12}{4}$$

- (1) $\frac{6+p}{2} < -3$, 즉, $p < -12$ 인 경우

$x = -3$ 일 때, 최솟값이 0 이므로

$$f(-3) = 7p + 39 = 0$$

$$\therefore p = -\frac{39}{7}$$

그런데 $p < -12$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 p 값은 존재하지 않는다.

- (2) $-3 \leq \frac{6+p}{2} \leq -1$, 즉, $-12 \leq p \leq -8$ 인 경우

$x = \frac{6+p}{2}$ 일 때, 최솟값이 0 이므로

$$f\left(\frac{6+p}{2}\right) = 0$$

$$p^2 - 4p - 12 = 0$$

$$(p+2)(p-6) = 0$$

$$\therefore p = -2 \text{ 또는 } 6$$

그런데 $-12 \leq p \leq -8$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 p 값이 존재하지 않는다.

- (3) $\frac{6+p}{2} \geq -1$, 즉, $p \geq -8$ 인 경우

$x = -1$ 일 때, 최솟값이 0 이므로 $f(-1) = 0$

$$\therefore p = -\frac{19}{5}$$

따라서 (1), (2), (3) 에서 $p = -\frac{19}{5}$ 이다.