1. x에 대한 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$으로 나눈 나머지는 $6x+1$이다. 이때, $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $6x+7$ ② $-6x+5$ ③ $7x+7$

④ $7x-1$ ⑤ $8x+13$

해설

$f(1)=6,\ f(x)=(x-2)^2q(x)+6x+1$

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$에서

$f(1)=a+b=6,\ f(2)=2a+b=13$

$\therefore\ \ a=7,\ b=-1$

따라서 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는 $7x-1$이다.

2. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$이다. pq의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\}+21x^2\\ &= (x^2-7x-18)(x^2+3x-18)+21x^2\\ &= \{(x^2-18)-7x\}\{(x^2-18)+3x\}+21x^2\\ &= (x^2-18)^2-4x(x^2-18)-21x^2+21x^2\\ &= (x^2-18)(x^2-4x-18)\end{aligned}$$

따라서 $p=-18,\ g=-4$

$\therefore pg=(-18)\times(-4)=72$

3. 복소수 $z = \dfrac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^3 - 2z^2 + 2z + 5$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$z = \frac{2}{1+i} = 1 - i$$

$$z^2 = -2i,\ z^3 = -2 - 2i$$

$$\therefore\ z^3 - 2z^2 + 2z + 5$$

$$= (-2i - 2) - 2(-2i) + 2(1 - i) + 5$$

$$= 5$$

해설

$$\begin{aligned} z = 1 - i \quad &\Rightarrow \quad z - 1 = -i \\ &\Rightarrow \quad z^2 - 2z + 1 = -1 \\ &\Rightarrow \quad z^2 - 2z + 2 = 0 \end{aligned}$$

$$z^3 - 2z^2 + 2z + 5 = z(z^2 - 2z + 2) + 5 = 5$$

4. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$이 중근을 가질 때, 실수 a의 값을 모두 구하면?

① -1 ② $0, 8$ ③ $-1, 8$

④ $-1, 0, -8$ ⑤ $-1, 0, 8$

해설

(i) $x=1$을 중근으로 가질 때

$x=1$을 $x^2-ax+2a=0$에 대입하면 $a=-1$

(ii) $x^2-ax+2a=0$이 중근을 가질 때

$D=a^2-8a=0$

$\therefore\ a=0$ 또는 8

(i), (ii)에 의하여 $a=-1,\ 0,\ 8$

5. 이차함수 $f(x) = x^2 - (6+p)x + 4p + 12 \ (-3 \le x \le -1)$ 의 최솟값이 0 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{19}{5}$

해설

$$f(x) = x^2 - (6+p)x + 4p + 12$$
$$= \left(x - \frac{6+p}{2}\right)^2 - \frac{p^2 - 4p - 12}{4}$$

(1) $\dfrac{6+p}{2} < -3$, 즉, $p < -12$ 인 경우

$x = -3$ 일 때, 최솟값이 0 이므로

$f(-3) = 7p + 39 = 0$

$\therefore \ p = -\dfrac{39}{7}$

그런데 $p < -12$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 p 값은 존재하지 않는다.

(2) $-3 \le \dfrac{6+p}{2} \le -1$, 즉, $-12 \le p \le -8$ 인 경우

$x = \dfrac{6+p}{2}$ 일 때, 최솟값이 0 이므로

$f\left(\dfrac{6+p}{2}\right) = 0$

$p^2 - 4p - 12 = 0$

$(p+2)(p-6) = 0$

$\therefore \ p = -2$ 또는 6

그런데 $-12 \le p \le -8$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 p 값이 존재하지 않는다.

(3) $\dfrac{6+p}{2} \ge -1$, 즉, $p \ge -8$ 인 경우

$x = -1$ 일 때, 최솟값이 0 이므로 $f(-1) = 0$

$\therefore \ p = -\dfrac{19}{5}$

따라서 (1), (2), (3) 에서 $p = -\dfrac{19}{5}$ 이다.