1. 다음 중 $\sqrt{8}+\sqrt{18}$을 바르게 계산한 것은?

① $\sqrt{26}$ ② $2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$ ③ 7
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{13}$

해설
$\sqrt{8}+\sqrt{18}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = 6$

② $\dfrac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = -7\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{18} - \sqrt{45} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{(-3)^2}$
$= 2 \times \{-(-3)\} = 6$

② $\dfrac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\dfrac{6}{3}} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
$= 5\sqrt{3}$

④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = 3 \times 2 - 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 \times 2$
$= -7\sqrt{2}$

⑤ (좌변) $= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) + (\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}) = 0$

3. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 각각 하나씩 적힌 5장의 카드로 다섯 자리 자연수를 만들 때, 만들 수 있는 모든 자연수의 개수는?

① 24 ② 72 ③ 96 ④ 120 ⑤ 144

해설

${}_5P_5 = 5! = 120$

4. 함수 $y=\frac{x+2}{x-1}$의 정의역은 $x \neq a$인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$인 모든 실수이다. 이때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y=\frac{x+2}{x-1}$의 정의역이 $x \neq a$인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x=a,\ y=b$는 점근선이다.
따라서 $y=\frac{(x-1)+3}{x-1}=\frac{3}{x-1}+1$에서
$a=1,\ b=1$이므로
$\therefore a+b=1+1=2$

5. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는 것은?

① $y=\frac{2x-1}{x-1}$ ② $y=\frac{2x}{x-1}$ ③ $y=\frac{2x+1}{x-1}$
④ $y=\frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y=\frac{2x}{2x+1}$

해설

① $y=\frac{2x-2+1}{x-1}=2+\frac{1}{x-1}$

② $y=\frac{2x-2+2}{x-1}=2+\frac{2}{x-1}$

③ $y=\frac{2x-2+3}{x-1}=2+\frac{3}{x-1}$

④ $y=\frac{2x-1+1}{2x-1}=1+\frac{1}{2x-1}$

⑤ $y=\frac{2x+1-1}{2x+1}=1-\frac{1}{2x+1}$

따라서, ① 의 그래프는 $y=\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

6. $y = \dfrac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1,\ y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = \dfrac{3-ax}{1-x} = \dfrac{ax-3}{x-1} = \dfrac{a-3}{x-1} + a$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1,\ y = a$

$\therefore\ a = -2$

7. 분수함수 $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ ② $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ ③ $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$
④ $y=\dfrac{-2x-3}{x-2}$ ⑤ $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$

해설

$y=\dfrac{2x-3}{x+2}$ 에서 x를 y에 대한 식으로 나타내면
$y(x+2)=2x-3$, $(y-2)x=-2y-3$,
$x=\dfrac{-2y-3}{y-2}$
x와 y를 바꾸면, $y=\dfrac{-2x-3}{x-2}$
따라서 구하는 역함수는 $y=\dfrac{-2x-3}{x-2}$

8. 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 x의 범위를 정하면?

$$\sqrt{x+1}-\sqrt{2-x}+\sqrt{x-1}$$

① $-2 \le x \le 1$ ② $0 \le x \le 1$ ③ $1 < x < 2$
④ $-1 \le x \le 2$ ⑤ $1 \le x \le 2$

해설

$x+1 \ge 0 \quad \therefore x \ge -1$
$2-x \ge 0 \quad \therefore x \le 2$
$x-1 \ge 0 \quad \therefore x \ge 1$
공통부분을 구하면 $1 \le x \le 2$

9. 유리수 a, b가 등식 $(a+\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$를 만족시킬 때, ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$

무리수의 상등에 의하여

유리수 부분 : $(a^2 + 2) = 6,\ a^2 = 4$

무리수 부분 : $2a\sqrt{2} = b\sqrt{2},\ 2a = b$

$$\begin{cases} a = 2, b = 4,\ ab = 8 \\ a = -2, b = -4,\ ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

$\therefore ab = 8$

10. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2$ 이고

$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = -2$

$\therefore\ a+b+c = 2+3-2 = 3$

11. 540의 양의 약수의 총합을 구하여라.

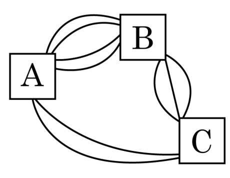
▶ 답 :

▷ 정답 : 1680

해설

$(1+2+2^2)(1+3+3^2+3^3)(1+5)$
$=7\times40\times6=1680$

12. 아래쪽 그림과 같이 A 에서 B 로 가는 길은 4가지, B 에서 C 로 가는 길은 3가지, A 에서 C 로 가는 길은 2가지이다. A 에서 C 를 왕복하는데 B 를 한 번만 거치는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A-B-C-A$ 인 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$
(ii) $A-C-B-A$ 인 경우의 수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 이상에서 구하는 방법의 수는
$24 + 24 = 48$

13. 5000 원 짜리 지폐가 2 장, 1000 원짜리 지폐가 3 장, 500 원짜리 동전이 4 개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 59 가지

해설

5000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 3 가지
1000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 4 가지
500 원짜리 동전을 지불하는 방법의 수는 5 가지
이때 지불하지 않는 경우가 1 가지이므로
구하는 방법의 수는 $3 \times 4 \times 5 - 1 = 59$

14. 백인종 2 명, 흑인종 3 명, 황인종 2 명을 일렬로 세울 때, 백인종은 백인종끼리, 흑인종은 흑인종끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하면?

① 24 ② 144 ③ 210 ④ 288 ⑤ 720

해설

백인종과 흑인종을 각각 한 묶음으로 본다.
$4! \times 2! \times 3! = 288$

15. 여섯 개의 문자 $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 를 일렬로 배열했을 때 $a,\ b$ 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160 ② 180 ③ 200 ④ 400 ⑤ 480

해설

$a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 의 직순열의 경우의 수는 720가지
a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법
a,b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고
a,b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면
$5! \times 2! = 240$ (가지)
따라서 a,b 가 이웃하지 않는 경우의 수는
$720 - 240 = 480$ (가지)

16. 남자 4명, 여자 4명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 576 ② 872 ③ 1152 ④ 1680 ⑤ 2304

해설
남자 4명을 먼저 줄 세운 다음 사이 사이에 여자 4명을 배치하는 경우와
여자 4명을 먼저 줄 세우고 사이 사이에 남자 4명을 배치하는 경우
$4! \times 4! \times 2 = 1152$

17. 7 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 에서 서로 다른 5 개의 숫자를 택하여 5 자리의 정수를 만들 때, 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 624 개

해설

4 의 배수이려면 끝의 두자리 수가 4 의 배수이어야 하므로 5 자리 수의 숫자 배열은 다음 중 하나이다.

$\square\square\square$ 04	$\square\square\square$ 24
$\square\square\square$ 12	$\square\square\square$ 32
$\square\square\square$ 16	$\square\square\square$ 36
$\square\square\square$ 20	$\square\square\square$ 40
$\square\square\square$ 52	
$\square\square\square$ 56	
$\square\square\square$ 60	
$\square\square\square$ 64	

$\therefore$ 구하는 개수는 $4 \times {}_5P_3 + 8 \times ({}_5P_3 - {}_4P_2) = 240 + 384 = 624$

18. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300 보다 큰 수의 개수는?

① 12개　② 16개　③ 20개　④ 24개　⑤ 30개

해설

$23\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 2개

$24\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 2개

$3\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 6개

$4\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 6개

$\therefore 2+2+6+6=16$(개)

19. 남학생 7 명, 여학생 2 명이 3 명씩 세 개의 조로 나누어 게임을 하려고 한다. 여학생 2 명이 같은 조에 속하는 방법의 수는? (단, 조의 구분은 없다.)

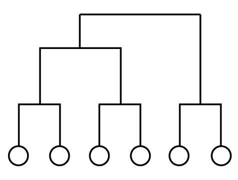
① 60　② 70　③ 120　④ 140　⑤ 210

해설

남학생 7 명 중 한 명이 여학생 2 명과 한 조를 이루면 되므로 구하는 방법의 수는 남학생 7 명을 3 명, 3 명, 1 명으로 나누는 방법의 수와 같다.

$${}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} = 70$$

20. 갑, 을, 병, 정, 무, 기의 여섯 팀이 다음 그림과 같은 대진표에 의해 축구경기를 하려고 할 때, 대진표를 작성하는 경우의 수는?



① 30　② 32　③ 35　④ 38　⑤ 45

해설

6 팀 중에 먼저 2 팀을 골라 $(4, 2)$ 팀으로 나눈다.
그 경우의 수는 ${}_6C_2 = 15$ (가지)
나머지 4 팀이 한 쪽에서 시합을 하는 경우는
3 가지이므로 구하는 경우의 수는
$15 \times 3 = 45$ (가지)

21. $1, 2, 3, 4, 5$ 를 일렬로 배열할 때, i 번째 숫자를 a_i 라고 하자. 이러한 배열 중 $a_i \neq i$ 를 만족하는 것의 개수를 구하시오. (단, $1 \leq i \leq 5$)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 44 개

해설

a_1 의 가능한 경우는 $2, 3, 4, 5$ 의 4가지이다.
$a_1 = 2$ 인 경우 다음 수형도로부터 11 개이다.

a_1	2										
a_2	1		3			4			5		
a_3	4	5	1	4	5	1	5		4		1
a_4	5	3	5	5	1	5	1	3	1	1	3
a_5	3	4	4	1	4	3	3	1	3	3	4

$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지로 각각 11 개가 있으므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (개) 임을 알 수 있다.

22. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 57 가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지) 이다.
여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$
따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

23. *climate* 의 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 세 모음이 알파벳 순서가 되도록 나열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 840

해설

세 모음의 순서는 a, e, i 로 정해져 있다.
7 개의 문자를 나열한 후 a, e, i를 나열하는 방법의 수로 나눈다.
$\therefore \frac{7!}{3!} = 840$

24. ${}_{n}P_{r} = 360,\ {}_{n}C_{r} = 15$ 일 때, $n + r$ 의 값은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$${}_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}\ {}_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$\Rightarrow r! = 24, r = 4$

$${}_{n}P_{4} = \frac{n!}{(n-4)!} = n(n-1)(n-2)(n-3) = 360$$

$\Rightarrow 360 = 6 \times 5 \times 4 \times 3$

$\therefore n = 6$

따라서 $n + r = 10$

25. 운전석을 포함한 4 인용 승용차 3 대에 10 명이 나누어 타려고 한다. 운전 면허가 있는 사람이 3 명이고 이들은 각각 지정된 승용차를 운전한다고 할 때, 10 명이 차에 나누어 타는 방법의 수는?

① 850　② 880　③ 920　④ 1000　⑤ 1050

해설

운전 면허증이 있는 사람은 각각 자신의 자동차로 가니까 나머지 7 명을 세 자동차에 분배해주면 된다.
분배명수는 4 인용 승용차이므로 $(3,3,1)$ 과 $(2,2,3)$ 의 형태 두가지 밖에 없다.
따라서 분배방법의 수는 다음과 같다.

$$ {}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! $$
$$ + {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 3! $$
$$ = 1050 $$