

1. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 3의 음의 제곱근은 $\sqrt{-3}$ 이다.

㉡ $\sqrt{25}$ 는 5이다.

㉢ 제곱근 16은 4이다.

㉤ $(-3)^2$ 의 제곱근은 3이다.

㉥ $x^2 = a$ 이면 $x = \sqrt{a}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉥

해설

㉠ 3의 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$

㉤ $(-3)^2 = 9$ 의 제곱근은 ± 3

㉥ $x^2 = a (a > 0)$ 이면, $x = \pm \sqrt{a}$

2. 다음 보기 중 제곱근을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 36 의 음의 제곱근 $\rightarrow -6$

㉡ 5 의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{5}$

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 4$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢ $(-3)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow 9$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 3$

㉣ $\sqrt{16}$ 의 제곱근 $\rightarrow 4$ 의 제곱근 $\rightarrow \pm 2$

3. $-\sqrt{8^2} \div \left(\sqrt{\frac{8}{5}}\right)^2$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(-8) \times \frac{5}{8} = -5$$

4. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2}$ 을 간단히 하면?

① 0

② $-6a$

③ $6a$

④ $-4a$

⑤ $4a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-2a)^2} &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-2a)^2} \\ &= -2a - (-2a) \\ &= -2a + 2a = 0\end{aligned}$$

5. $\sqrt{18} \times \sqrt{a}$ 의 값을 0이 아닌 가장 작은 정수로 고칠 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\sqrt{18} \times \sqrt{a} = \sqrt{3 \times 3 \times 2 \times a} \quad \therefore a = 2$$

6. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

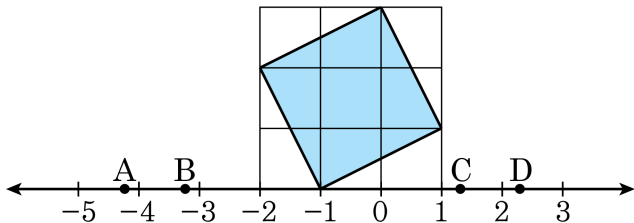
⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} & |3 - 2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 3| \\ &= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0 \end{aligned}$$

7. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 - \sqrt{5}$ 에 대응하는 점은?



① A

② B

③ C

④ D

⑤ 알 수 없다.

해설

$$-3 < -\sqrt{5} < -2$$

$$-4 < -1 - \sqrt{5} < -3$$

8. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$$a = \sqrt{3} + 3, b = 5 - \sqrt{2}, c = 4$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$b - c = (5 - \sqrt{2}) - 4 = 1 - \sqrt{2} < 0, b < c$$

$$a - c = (\sqrt{3} + 3) - 4 = \sqrt{3} - 1 > 0, a > c$$

$$\therefore b < c < a$$

9. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ 0의 제곱근은 0 뿐이다.
- ㉡ 음수의 제곱근은 1개이다.
- ㉢ 제곱근은 항상 무리수이다.
- ㉣ $\sqrt{(-81)^2}$ 의 제곱근은 ± 9 이다.
- ㉤ $-\sqrt{a}$ 는 $-a$ 의 음의 제곱근이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉡ 음수의 제곱근은 없다.
- ㉢ 제곱근은 무리수일 수도 있고 유리수일 수도 있다.
- ㉤ $-\sqrt{a}$ 는 a 의 음의 제곱근이다.

10. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235\cdots$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$$

11. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.\dot{9}}, 2\sqrt{6}, \sqrt{0.04}, \sqrt{\frac{2}{4}}, \sqrt{9} - \sqrt{3}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

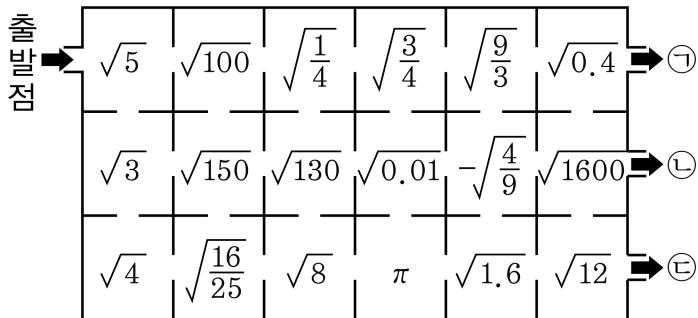
해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$$\sqrt{0.\dot{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1, \sqrt{0.04} = 0.2 \text{ 유리수이다.}$$

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9} - \sqrt{3}$ 이 무리수이다.

12. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 어느 문으로 나오게 되는지 말하여라.



▶ 답 :

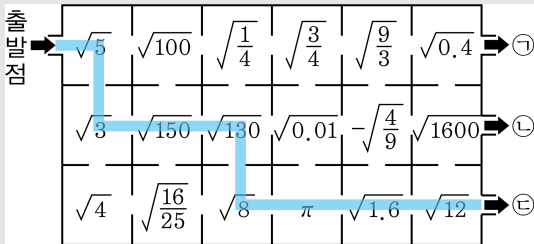
▶ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π , $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$ 는

무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



13. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

$$\sqrt{150}, \sqrt{81}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3} - 0.7$$
$$\sqrt{\pi^2}, -\sqrt{1.21}, -\sqrt{11}, -\sqrt{225}$$

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

순환하지 않는 무한소수는無理수이다.

$\sqrt{150}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3} - 0.7, \sqrt{\pi^2}, -\sqrt{11}$ 의 5 개이다.

14. 다음 중 유리수는?

① $\sqrt{3} - 3$

② $-\sqrt{3.61}$

③ $\frac{\pi}{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{6}}{2}$

⑤ $\sqrt{9}$ 의 제곱근

해설

$$-\sqrt{3.61} = -\sqrt{\frac{361}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{19}{10}\right)^2} = -\frac{19}{10}$$

15. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면?

① 무한소수는 모두 무리수이다.

② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.

⑤ $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

① 반례로 $0.\dot{1}\dot{1} = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

16. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
- ㉡ $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.
- ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
- ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
- ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 : 3 개

▶ 정답 : 3 개

해설

- ㉢ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6은 소수가 아니다.

17. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 유한소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수는 2 개의 무리수 제곱근을 갖는다.
- ㉤ 제곱근 4 는 ± 2 이다.
- ㉥ x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = a$ 이다.
- ㉦ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.
- ㉧ a 가 자연수일 때, $\sqrt{a}$ 가 무리수인 경우가 있다.
- ㉨ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉨

해설

- ㉡ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수와 비순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수가 2 개의 ‘무리수’ 제곱근을 갖는 것은 아니다.
예) 양수 4 는 2 개의 유리수 제곱근(± 2)을 갖는다.
- ㉤ $\sqrt{4} = 2$
- ㉨ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만 6 은 소수가 아니다.

18. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

19. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{\text{㉠}} 3 - \sqrt{3} < -\sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 3 - \sqrt{5} > \sqrt{5} - \sqrt{8}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} -1 > -\sqrt{5}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \sqrt{7} - \sqrt{10} < -3 + \sqrt{7}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{2}{3}} + 1$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} 3 - \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 3 > 0$$

$$\therefore 3 - \sqrt{3} > -\sqrt{3}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} - \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} + 1\right) = \sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{2}} > 0$$

$$\therefore 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} > -\sqrt{\frac{2}{3}} + 1$$

20. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

21. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10

② -5

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$$x = \pm 2, y = \pm 3$$

$$x - y = -1, 5, -5, 1$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

22. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

23. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

24. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

25. 다음 중 가장 큰 수를 a 라 할 때, 어떤 정수 b 에 대해서 $b - a$ 의 절댓값이 0 과 1 사이이다. 정수 b 가 될 수 있는 것의 합을 구하여라.

보기

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2}, \sqrt{\frac{4}{5}}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$ 이고, $\frac{1}{4} < \frac{4}{5} < 2 < 3$ 이므로 가장 큰 수는 $\sqrt{3}$ 이다.

그런데 $1^2 < 3 < 2^2 = 4$ 이므로 $1 < \sqrt{3} < 2$ 가 성립한다.

따라서 b 가 될 수 있는 것은 1, 2 이므로 이를 합하면 3 이다.

26. $2 < \sqrt{|x-4|} < 3$ 을 만족하는 정수 x 의 값은 몇 개인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$2 < \sqrt{|x-4|} < 3$$

$x-4 \geq 0$ 일 때

$$4 < x-4 < 9, 8 < x < 13$$

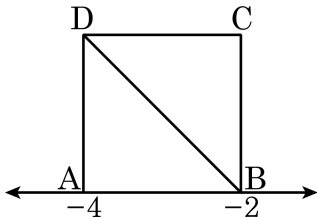
$$x = 9, 10, 11, 12$$

$x-4 < 0$ 일 때,

$$-9 < x-4 < -4, -5 < x < 0$$

$$x = -4, -3, -2, -1$$

27. 다음과 같이 수직선 위의 점 $A(-4)$, $B(-2)$ 에 대하여 선분 AB 를 한 변으로 하는 정사각형 $ABCD$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4π

해설

정사각형 $ABCD$ 의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로
대각선 BD 의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi \text{이다.}$$

28. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.

7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

29. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3}-2 < 0$, $-7-\sqrt{3} < 0$ 이므로

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{(2-\sqrt{3}) + (7+\sqrt{3})}} = \sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$$

30. 10 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a+b} = n$ (n 은 자연수)를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 16 개

해설

$a = 1$ 인 경우, $b = 3, 8$

$a = 2$ 인 경우, $b = 2, 7$

$a = 3$ 인 경우, $b = 1, 6$

$a = 4$ 인 경우, $b = 5$

$a = 5$ 인 경우, $b = 4$

$a = 6$ 인 경우, $b = 3, 10$

$a = 7$ 인 경우, $b = 2, 9$

$a = 8$ 인 경우, $b = 1, 8$, $a = 9$ 인 경우, $b = 7$

$a = 10$ 인 경우, $b = 6$

$\therefore$ 16 개