

1. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

▶ 답:                         개

▷ 정답: 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9의 약수 : 1, 3, 9

14의 약수 : 1, 2, 7, 14

34의 약수 : 1, 2, 17, 34

81의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2의 약수 : 1, 2

23의 약수 : 1, 23

47의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47의 3 개이다.

2. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

- ① 칸토어      ② 유클리드      ③ 오일러  
④ 골드바흐      ⑤ 가우스

해설

유클리드는 '소수가 무한이다.' 라는 것을 증명하였습니다.

3. 180을 소인수분해하면  $x^2 \times 3^2 \times y$  이다. 이때,  $y - x$  의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서  $x = 2, y = 5$   
 $y - x = 3$

4.  $24 \times a = 90 \times b = c^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $c$  의 값을 구하여라.  
(단,  $a, b, c$  는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$  와  $90 \times b$  가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉,  $c$  는 24 과 90 의 공배수이므로  $2^3 \times 3^2 \times 5$  의 배수이다.

그러므로 가장 작은  $c^2$  은  $2^4 \times 3^2 \times 5^2$  이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

5. 다음 중 420의 약수가 아닌 것은?

① 6

②  $2^2 \times 3$

③  $2^2 \times 3^2$

④  $2 \times 7$

⑤  $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$  이므로 ③이 약수가 아니다.

6. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

- ① 12      ② 18      ③ 32      ④ 36      ⑤ 75

해설

①  $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

②  $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

③  $32 = 2^5$

$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$

④  $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

⑤  $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

7. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 34 일 때, 두 자연수의 공배수 중 두 자리 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

▷ 정답 : 68

**해설**

최소공배수는 공배수 중에서 제일 작은 수를 말하므로 최소공배수 34 의 배수를 구하면 된다.

두 자연수의 공배수는 34, 68, 102, ... 이고, 이 중에서 두 자리 공배수는 34, 68 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $3^3 = 27$

②  $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③  $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④  $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤  $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

9.  $2^4 \times \square$  의 약수의 개수가 15 개일 때,  $\square$  안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는  $3^2 = 9$

$\therefore 9$

10.  $2^3 \times 3 \times 5$ ,  $2^2 \times 5^2$  의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 1

②  $2^2$

③  $2 \times 5$

④  $5^2$

⑤  $2^2 \times 5$

해설

두 수의 최대공약수가  $2^2 \times 5$  이므로  $5^2$  은 공약수가 될 수 없다.

11. 두 자연수  $15 \times x$ ,  $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때,  $x$ 의 값으로 옳은 것은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$ ,  $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는  $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$   
따라서  $x = 2$  이다.

12. 가로 길이 450m, 세로 길이 240m인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30m    ② 15m    ③ 10m    ④ 3m    ⑤ 2m

**해설**

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30m이다.

13. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장    ② 12 장    ③ 13 장    ④ 15 장    ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8와 6의 최소공배수인 24cm이다. 가로는  $24 \div 8 = 3$  (장), 세로는  $24 \div 6 = 4$  (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는  $3 \times 4 = 12$  (장)이다.

14. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

- ① 60      ② 61      ③ 120      ④ 181      ⑤ 121

**해설**

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$\therefore 120 + 1 = 121$

15. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

- ① 358      ② 409      ③ 421      ④ 462      ⑤ 500

해설

두 수  $A, B$  의 최대공약수를  $G$ , 최소공배수를  $L$  이라 하면  
 $A \times B = L \times G$  이므로  
 $A \times B = 11 \times 42$  이다.  
 $\therefore A \times B = 462$

16.  $\frac{12}{n}$  와  $\frac{18}{n}$  을 자연수로 만드는 자연수  $n$  중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}$ ,  $\frac{18}{n}$  을 자연수로 만드는 자연수  $n$  중에서 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수인 6이다.

17. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉣ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉣    ③ ㉡, ㉣    ④ ㉡, ㉤    ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉢ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

18. 다음 중 3의 배수인 것은?

- ① 124      ② 263      ③ 772      ④ 305      ⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤  $2 + 7 + 3 = 12$  가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

19.  $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$  을 만족하는 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c$  의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

(준식)  $= x^2 \times y^2 \times z^2$  이므로  $a = 2, b = 2, c = 2$  이다.  
따라서  $a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$  이다.

20. 216 을 소인수분해하면  $2^a \times b^c$  이다. 이때,  $a+b+c$  의 값은?

- ① 7      ② 9      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서  $a = 3, b = 3, c = 3$   
 $a + b + c = 9$

21. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 2 \times 5 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

$n$  을 작은 순으로 4 개 써 보면

$$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$$

$$\therefore 10, 40, 90, 160$$

22. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수  $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$  이므로

약수의 개수는  $(5+1) \times (2+1) = 18$  (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$  이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1)$  (개)

$6 \times (a+1) = 18$  이므로

$a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

23. 15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는  
1, 5, 7, 11, 13  
따라서 서로소인 자연수들의 합은 37

24. 세 수 72, 84,  $2^2 \times 3^2$  의 최대공약수는?

①  $2^2 \times 3^2$

② 24

③  $2^2 \times 3$

④ 18

⑤  $2 \times 3$

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ ,  $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ ,  $2^2 \times 3^2$  이므로 최대공약수는  $2^2 \times 3$

25.  $3 \times \square$ ,  $7 \times \square$ ,  $4 \times \square$  의 세 자연수의 최소공배수가 1092 일 때,  $\square$  안에 알맞은 수는?

- ① 2      ② 5      ③ 11      ④ 13      ⑤ 15

해설

$$\square \begin{array}{r} 3 \times \square \\ 3 \\ \hline 7 \times \square \\ 7 \\ \hline 4 \times \square \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$\square \times 3 \times 7 \times 4 = 1092$$

$$\square = 13$$

26. 두 자연수  $A$  와  $2^3 \times 3^2 \times 5$  의 최소공배수가  $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$  일 때, 가능한  $A$  의 개수는?

- ① 2 개    ② 3 개    ③ 4 개    ④ 5 개    ⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$  라 하면

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7} \times a \times b \times c \times d$$

$$\therefore a = 2^5, b = 1, 3, 3^2, c = 1, 5, d = 7$$

따라서,  $A$  는  $2^5 \times 7, 2^5 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3 \times 7, 2^5 \times 3 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$  의 6 개이다.

27. 1에서 100까지의 자연수 중 2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 2와 5의 공배수와 같다. 100 이하의 2와 5의 공배수를 구하면 0, 20, 30, ... 100로 총 10개이다.

28. 굴 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라.

▶ 답:                       명

▷ 정답: 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명)이다.

29. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm    ② 8cm    ③ 10cm    ④ 12cm    ⑤ 24cm

**해설**

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24와 36의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24와 36의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \quad 2 \quad 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

30. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

- ① 6      ② 12      ③ 36      ④ 42      ⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$ ,  $140 + 4 = 144$ ,  $210 + 6 = 216$  의 최대공약수는 72 이다.

31. 톱니의 수가 12개, 20개, 24개인 톱니바퀴  $A, B, C$ 가 차례로 맞물려 있다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 다시 처음의 위치로 돌아오려면  $A$ 는 최소한 몇 번 회전하는지 구하여라.

▶ 답:                      번

▷ 정답: 10번

해설

$12 = 2^2 \times 3$ ,  $20 = 2^2 \times 5$ ,  $24 = 2^3 \times 3$  이므로 세 수의 최소공배수는  $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ 이다.

$A$ 의 회전수는  $\frac{120}{12} = 10$  (번)이다.

$\therefore$  10번

32. 소인수분해한 세 자연수  $2^a \times b$ ,  $2^2 \times 3^b \times c$ ,  $2^2 \times 3^2$  의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$6 = 2 \times 3$ ,  $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$   
최대공약수가  $2 \times 3$  이므로  $a = 1$ ,  $b = 3$   
최소공배수가  $2^2 \times 3^3 \times 5$  이므로  $c = 5$   
 $\therefore 1 + 3 + 5 = 9$

33. 두 분수  $\frac{1}{14}$ ,  $\frac{1}{8}$  중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 56

**해설**

구하는 수는 14와 8의 공배수이다.  
14와 8의 공배수는 14와 8의 최소공배수인 56의 배수이므로  
56, 112, 168, ... 이다.  
이 중 두자리 자연수는 56이다.