

1. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

2 9 14 23 34 47 81

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.

9 의 약수 : 1, 3, 9

14 의 약수 : 1, 2, 7, 14

34 의 약수 : 1, 2, 17, 34

81 의 약수 : 1, 3, 9, 27, 81

2 의 약수 : 1, 2

23 의 약수 : 1, 23

47 의 약수 : 1, 47

따라서 소수는 2, 23, 47 의 3 개이다.

2. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

① 칸토어

② 유클리드

③ 오일러

④ 골드바흐

⑤ 가우스

해설

유클리드는 ‘소수가 무한이다.’ 라는 것을 증명하였습니다.

3. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서 $x = 2, y = 5$

$$y - x = 3$$

4. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.
그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

5. 다음 중 420 의 약수가 아닌 것은?

① 6

② $2^2 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ 2×7

⑤ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 ③이 약수가 아니다.

6. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

$$\textcircled{1} \quad 12 = 2^2 \times 3$$

$$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$$

$$\textcircled{2} \quad 18 = 2 \times 3^2$$

$$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$$

$$\textcircled{3} \quad 32 = 2^5$$

$$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$$

$$\textcircled{4} \quad 36 = 2^2 \times 3^2$$

$$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$$

$$\textcircled{5} \quad 75 = 3 \times 5^2$$

$$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$$

7. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 34 일 때, 두 자연수의 공배수 중 두 자리 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

▷ 정답 : 68

해설

최소공배수는 공배수 중에서 제일 작은 수를 말하므로 최소공배수 34 의 배수를 구하면 된다.

두 자연수의 공배수는 34, 68, 102, ... 이고, 이 중에서 두 자리 공배수는 34 , 68 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

9. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

10. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2^2

③ 2×5

④ 5^2

⑤ $2^2 \times 5$

해설

두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이므로 5^2 은 공약수가 될 수 없다.

11. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$

따라서 $x = 2$ 이다.

12. 가로 길이가 450 m, 세로 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30 m 이다.

13. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다.
가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장) 이 필요하므로
필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장) 이다.

14. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60

② 61

③ 120

④ 181

⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$$\therefore 120 + 1 = 121$$

15. 두 자연수의 최대공약수가 11, 최소공배수가 42 일 때, 두 수의 곱을 구하면?

① 358

② 409

③ 421

④ 462

⑤ 500

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$A \times B = 11 \times 42$ 이다.

$\therefore A \times B = 462$

16. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{12}{n}, \frac{18}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 중에서 가장 큰 수는 12 와 18 의 최대공약수인 6 이다.

17. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉤ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉤ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

18. 다음 중 3의 배수인 것은?

① 124

② 263

③ 772

④ 305

⑤ 273

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $2 + 7 + 3 = 12$ 가 3의 배수이므로 273은 3의 배수이다.

19. $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

(준식) $= x^2 \times y^2 \times z^2$ 이므로 $a = 2, b = 2, c = 2$ 이다.

따라서 $a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$ 이다.

20. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 9

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$

$$a + b + c = 9$$

21. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 160

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 2 \times 5 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 4 개 써 보면

$$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$$

$$\therefore 10, 40, 90, 160$$

22. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$288 = 2^5 \times 3^2 \text{ 이므로}$$

$$\text{약수의 개수는 } (5+1) \times (2+1) = 18 \text{ (개)}$$

$$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a \text{ 이므로}$$

약수의 개수는

$$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1) \text{ (개)}$$

$$6 \times (a+1) = 18 \text{ 이므로}$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

23. 15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는
1, 5, 7, 11, 13
따라서 서로소인 자연수들의 합은 37

24. 세 수 72, 84, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 24

③ $2^2 \times 3$

④ 18

⑤ 2×3

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $2^2 \times 3^2$ 이므로 최대공약수는 $2^2 \times 3$

25. $3 \times \square$, $7 \times \square$, $4 \times \square$ 의 세 자연수의 최소공배수가 1092 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2

② 5

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} \square \mid 3 \times \square \quad 7 \times \square \quad 4 \times \square \\ \hline 3 \qquad 7 \qquad 4 \end{array}$$

$$\square \times 3 \times 7 \times 4 = 1092$$

$$\square = 13$$

26. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3^2 \times 5 \\ a \times b \times c \times d \\ \hline 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$

$$\therefore a = 2^5, b = 1, 3, 3^2, c = 1, 5, d = 7$$

따라서, A 는 $2^5 \times 7, 2^5 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3 \times 7,$

$2^5 \times 3 \times 5 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 7, 2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6 개이다.

27. 1에서 100까지의 자연수 중 2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

2의 배수도 되고 5의 배수도 되는 수는 2와 5의 공배수와 같다.
100 이하의 2와 5의 공배수를 구하면 0, 20, 30, $\dots$ 100로 총 10개이다.

28. 굴 60 개, 배 45 개, 감 30 개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 15 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30 의 최대공약수이므로 15 (명)이다.

29. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 8 cm

③ 10 cm

④ 12 cm

⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

30. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

① 6

② 12

③ 36

④ 42

⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$, $140 + 4 = 144$, $210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

31. 톱니의 수가 12 개, 20 개, 24 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 차례로 맞물려 있다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 다시 처음의 위치로 돌아오려면 A 는 최소한 몇 번 회전하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 10번

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $20 = 2^2 \times 5$, $24 = 2^3 \times 3$ 이므로 세 수의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 = 120$ 이다.

A 의 회전수는 $\frac{120}{12} = 10$ (번)이다.

∴ 10 번

32. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b$, $2^2 \times 3^b \times c$, $2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$6 = 2 \times 3, 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1, b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

33. 두 분수 $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{8}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

구하는 수는 14와 8의 공배수이다.

14와 8의 공배수는 14와 8의 최소공배수인 56의 배수이므로
56, 112, 168, ... 이다.

이 중 두자리 자연수는 56이다.