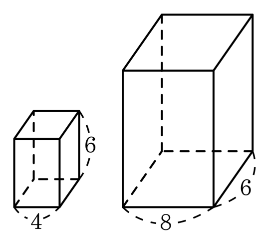
1. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

'대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.'

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형
② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모
③ 마름모, 정사각형
④ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형
⑤ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

해설
대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이다.

2. 다음 그림의 두 직육면체가 서로 닮은 도형일 때, 두 직육면체의 닮음의 비는?



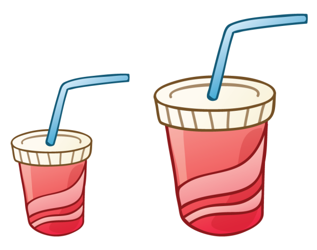
① 1 : 2　　② 1 : 4　　③ 3 : 4

④ 2 : 3　　⑤ 1 : 1

해설

두 입체도형의 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비와 같으므로 닮음비는 $4 : 8 = 1 : 2$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 모양은 같으나 크기가 다른 음료수 컵의 높이의 비가 2 : 3 이다. 작은 컵의 부피가 200cm^3 일 때, 큰 컵의 부피를 구하면?



① 260cm^3 ② 355cm^3 ③ 400cm^3
④ 590cm^3 ⑤ 675cm^3

해설
8 : 27 = 200 : (큰 컵의 부피)
∴ (큰 컵의 부피) = 675cm^3

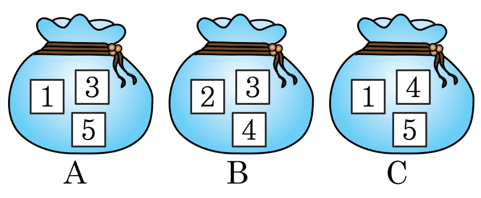
4. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 둔각삼각형인 것은?

① 3cm, 3cm, 4cm
② 3cm, 4cm, 5cm
③ 4cm, 4cm, 7cm
④ 5cm, 12cm, 13cm
⑤ 6cm, 8cm, 9cm

해설

세 변의 길이가 a , b , c ($a < b < c$) 일 때, $a^2 + b^2 < c^2$ 일 때 둔각삼각형이므로
③ $7^2 > 4^2 + 4^2$ 이다.

5. 주머니 A에 있는 숫자 카드를 백의 자리수로, 주머니 B에 있는 숫자 카드를 십의 자리 수로, 주머니 C에 있는 숫자 카드를 일의 자리 수로 하여 세 자리 수를 만드는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 27 개

해설

각각의 주머니를 따로 생각한다.
(주머니 A에서 뽑을 수 있는 수)
× (주머니 B에서 뽑을 수 있는 수)
× (주머니 C에서 뽑을 수 있는 수) =
$3 \times 3 \times 3 = 27$(개)

6. A, B, C, D, 4 명 중에서 대표 2 명을 뽑는 경우의 수와 대표 3 명을 뽑는 경우의 수는?

① 12 가지, 4 가지 ② 12 가지, 24 가지
③ 24 가지, 24 가지 ④ 24 가지, 4 가지
⑤ 6 가지, 4 가지

해설

(1) $\frac{4\times3}{2} = 6$ (가지)
(A, B) 와 (B, A) 는 같은 경우이다.
(2) 4 명 중에서 3 명을 뽑아서 나열하는 경우의 수는 $4\times3\times2 = 24$ (가지) 이고,
(A, B, C), (A, C, B), (B, A, C), (B, C, A), (C, A, B), (C, B, A) 는 같은 경우이다.
뽑은 3 명을 나열하는 경우의 수 $3\times2\times1 = 6$ 으로 나누어야 한다.
$\therefore \frac{4\times3\times2}{3\times2\times1} = 4$(가지)

7. 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 동전은 앞면이 나오고 주사위의 눈은 짝수일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

모든 경우의 수 : $2 \times 6 = 12$ (가지)
주사위의 짝수의 눈은 2, 4, 6 이므로 (앞면, 2), (앞면, 4), (앞면, 6) 의 3가지 경우가 있다.
$\therefore$ (확률) $= \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

8. 양의 정수 a, b가 짝수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$일 때, 두 수의 합 $a+b$가 짝수일 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

(두 수의 합이 짝수일 확률)

= ([짝수 + 짝수] 일 확률) + ([홀수 + 홀수] 일 확률)

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

9. 9장의 제비 중에서 당첨 제비가 4장이 있다. A, B 두 사람이 차례로 제비를 뽑을 때, A 는 당첨되고 B 는 당첨되지 않을 확률은? (단, 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{18}$ ⑤ $\frac{5}{18}$

해설

A 가 당첨될 확률은 $\frac{4}{9}$ 이고,

B 가 당첨되지 않을 확률은 $\frac{5}{8}$ 이다.

$\therefore$ (확률) $= \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{18}$

10. A, B 두 사람이 가위 바위 보를 할 때, 세 번 이내에 A가 이길 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{27}$

해설

A가 이길 확률은 $\frac{1}{3}$, 지거나 비길 확률은 $\frac{2}{3}$

첫 번째 판에서 이길 확률은 $\frac{1}{3}$

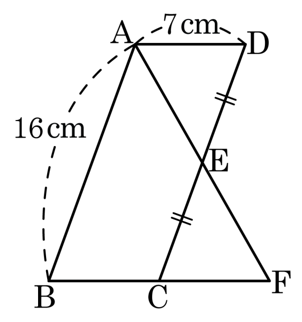
두 번째 판에서 이길 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$

세 번째 판에서 이길 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}$

따라서 세 번 이내에 A가 이길 확률은

$\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}=\frac{19}{27}$

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점 E 를 잡아 $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자. $\angle ADE = \angle AED$ 일 때, $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이를 구하면?

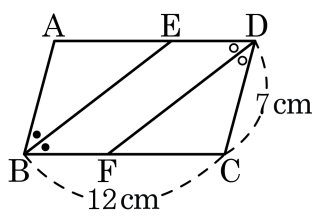


① 23 cm ② 28 cm ③ 30 cm ④ 44 cm ⑤ 49 cm

해설

$\triangle EAD \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CF} = 7\,\text{cm}$ $\therefore \overline{BF} = 14\,\text{cm}$
그리고 $\angle B = \angle D$, $\angle DEA = \angle FAB$ (엇각) 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\angle B = \angle FAB$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이는 44 cm

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 가 각각 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{DC} = 7\,\mathrm{cm}$,$\overline{BC} = 12\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

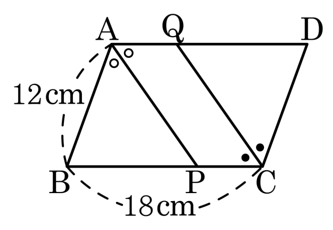
$\angle EBC = \angle AEB$(엇각)

$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AE} = 7(\,\mathrm{cm})$

$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 7 = 5(\,\mathrm{cm})$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$, $\overline{CQ}$ 는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 12\,cm$, $\overline{BC} = 18\,cm$ 일 때, $\overline{AQ} + \overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

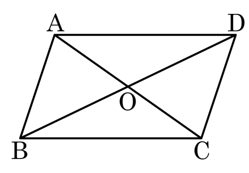
$\angle APB = \angle BAP$ 이므로

$\overline{BP} = \overline{AB} = 12(cm)$

$\overline{AQ} = \overline{PC} = 18 - 12 = 6(cm)$

$\overline{AQ} + \overline{PC} = 6 + 6 = 12(cm)$

14. 다음 그림은 □ABCD 가 평행사변형이라고 할 때, □ABCD 가 직사각형이 되기 위한 조건이 아닌 것은?

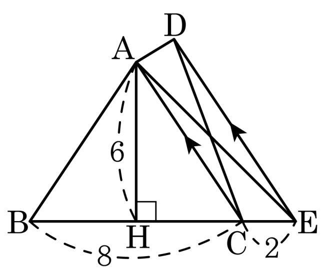


① $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$ ② $\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BD}}$ ③ $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$
④ $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BD}}$ ⑤ $\angle\mathrm{A}=90°$

해설

①, ③한 내각이 직각이고 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
② 하지만 $\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BD}}$ 는 조건에 만족하지 않는다. ($\because$ 마름모)

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



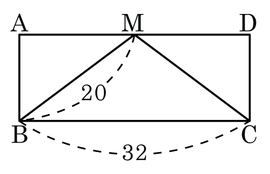
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle ACD = \triangle ACE$이다.
$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$
$\therefore \square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times (8+2) = 30$

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 M 은 선분 AD 의 중점이고, $\overline{BM} = 20$, $\overline{BC} = 32$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 384

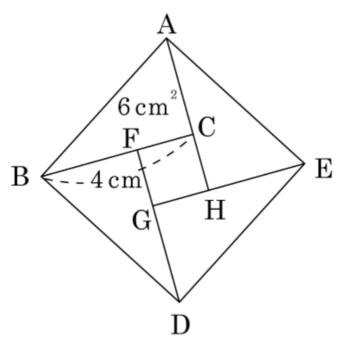
해설

$\overline{AM} = 16$, △ABM 에서 $20^2 = 16^2 + \overline{AB}^2$ 이므로

$\overline{AB} = 12$

$\therefore$ □ABCD $= 32 \times 12 = 384$

17. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형 4개를 맞추어 정사각형 ABDE를 만든 것이다. $\triangle ABC = 6\,\mathrm{cm}^2$ 이고, $\overline{BC} = 4\,\mathrm{cm}$ 일 때, 다음 중 $\overline{AC}$의 길이, $\overline{CH}$의 길이, $\square FGHC$의 넓이를 차례대로 나타낸 것은?



① $2\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm}^2$
② $3\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm}^2$
③ $3\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm},\ 1\,\mathrm{cm}^2$
④ $3\,\mathrm{cm},\ 3\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $4\,\mathrm{cm},\ 3\,\mathrm{cm},\ 2\,\mathrm{cm}^2$

해설

$6\,\mathrm{cm}^2 = \frac{1}{2} \times 4\,\mathrm{cm} \times \overline{AC}$ 이므로 $\overline{AC} = 3\,\mathrm{cm}$

$\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = 4\,\mathrm{cm} - 3\,\mathrm{cm} = 1\,\mathrm{cm}$

$\square FGHC$의 넓이는 $1\,\mathrm{cm} \times 1\,\mathrm{cm} = 1(\mathrm{cm}^2)$

18. 세 변의 길이가 $x-1$, $3x$, $3x+1$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 이 삼각형의 세 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7, 24, 25

해설

$3x+1$ 이 가장 긴 변의 길이이므로
(가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)
$3x+1 < x-1+3x$
$\therefore 2 < x$
또한, 직각삼각형이 되려면
$(3x+1)^2 = (x-1)^2 + (3x)^2$
$x^2 - 8x = 0$
$x(x-8) = 0$
$x = 8(\because x > 2)$
따라서 세 변의 길이는 $7, 24, 25$ 이다.

19. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$ 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $b^2 - a^2 = c^2$ 이면 $\angle C = 90°$ 이다.

② $\angle C = 45°$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.

③ $\angle B = 100°$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다

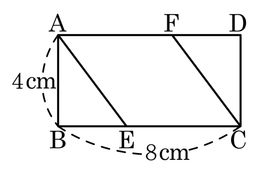
④ $\angle A = 90°$ 이면 $a^2 = b^2 + c^2$ 이다

⑤ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

해설

① $b^2 = a^2 + c^2$ 에서 빗변이 b 가 되므로 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이다.

20. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 22 cm　　② 21 cm　　③ 20 cm

④ 19 cm　　⑤ 18 cm

해설

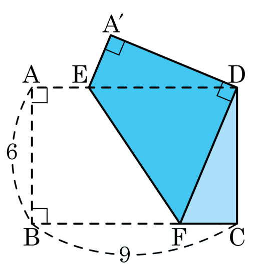
$\overline{AE} = \overline{CE} = x\,\text{cm}$ 라 하면

$\overline{BE} = (8 - x)\,\text{cm}$ 이므로

$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \therefore x = 5$

$\therefore$ (□AECF의 둘레) $= 5 \times 4 = 20(\text{cm})$

21. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{\mathrm{A'D}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{DF}}$

② $\triangle\mathrm{DEF}$ 는 정삼각형이다.

③ $\overline{\mathrm{CF}} = 3$

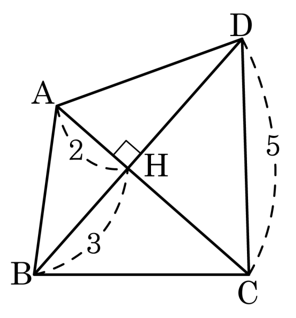
④ $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$

⑤ $\angle\mathrm{A'EF} = 90°$

해설

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EDF}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$ 이다.

22. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$

23. 1 에서 50 까지의 수가 각각 적힌 50 장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3 의 배수 또는 5 의 배수가 나올 확률을 구하여라.

▶ 답 :

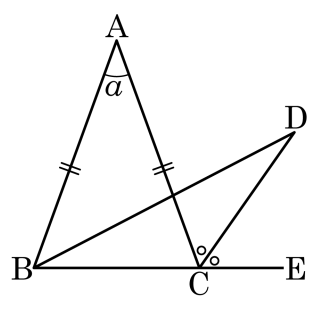
▷ 정답 : $\frac{23}{50}$

해설

(3의 배수가 나올 확률) + (5의 배수가 나올 확률) − (15의 배수가 나올 확률)

$\frac{16}{50}+\frac{10}{50}-\frac{3}{50}=\frac{23}{50}$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle ACD = \angle DCE$, $\angle ABD = 2\angle DBC$, $\angle A = a$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 a 로 나타내면?



① $15° - \frac{5}{12}a$ ② $15° + \frac{5}{12}a$ ③ $-15° + \frac{5}{12}a$
④ $15° + \frac{5}{14}a$ ⑤ $15° - \frac{5}{14}a$

해설

$\angle DBC = y$ 라고 하면 $\angle ABD = 2\angle DBC = 2y$
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ACB = \angle ABC = 3y$ 이고
내각의 합은 $180°$ 이므로 $a + 6y° = 180°$

$\therefore y° = 30° - \frac{1}{6}a$

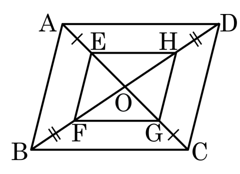
또한 $\angle ACD = \frac{1}{2}(180° - 3y) = 90° - \frac{3}{2}y$ 이고
$\triangle BCD$ 의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$$\begin{aligned} 180° &= \angle BDC + \angle DCB + \angle CBD \\ &= \angle BDC + \left(3y + 90° - \frac{3}{2}y\right) + y \end{aligned}$$

$180° = \angle BDC + 90° + \frac{5}{2}y$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \angle BDC &= 90° - \frac{5}{2}y \\ &= 90° - \frac{5}{2}\left(30° - \frac{1}{6}a\right) \\ &= 15° + \frac{5}{12}a \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CG}}, \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{DH}}$일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

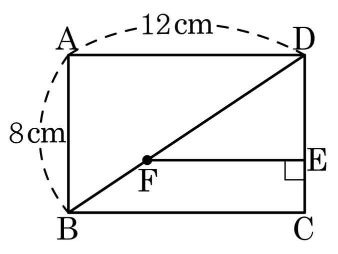
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}, \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CG}}$이므로 $\overline{\mathrm{EO}} = \overline{\mathrm{GO}}$
$\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}, \overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{DH}}$이므로 $\overline{\mathrm{FO}} = \overline{\mathrm{HO}}$
따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

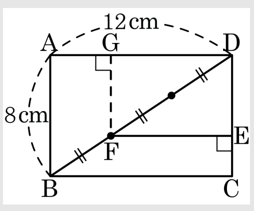
26. 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 12\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 8\mathrm{cm}$ 이고 점 F 는 대각선 BD 를 삼등분하는 한 점이다. F 에서 $\overline{\mathrm{DC}}$ 에 그은 수선의 발을 E 라 할 때, $\overline{\mathrm{FE}}$ 의 길이는?



① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

F 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하자.

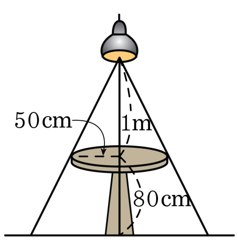


$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{GD}} = 3 : 2$

$\therefore \overline{\mathrm{GD}} = \frac{2}{3} \times \overline{\mathrm{AD}} = 8(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{\mathrm{FE}} = \overline{\mathrm{GD}} = 8(\mathrm{cm})$

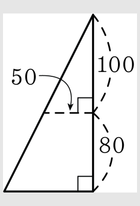
27. 원탁 위에 전등이 다음 그림과 같이 아래로 비출 때, 바닥에 생기는 그림자의 넓이는 얼마인가?



① $7700\pi\,\text{cm}^2$　② $7800\pi\,\text{cm}^2$
③ $7900\pi\,\text{cm}^2$　④ $8000\pi\,\text{cm}^2$
⑤ $8100\pi\,\text{cm}^2$

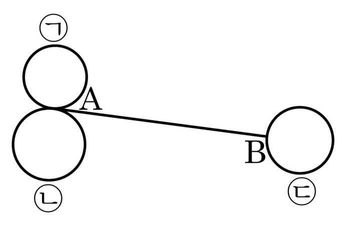
해설

$100 : 50 = 180 : x$,$x = 90$ 이다.



따라서 (넓이) $= \pi \cdot (90)^2 = 8100\pi\,\text{cm}^2$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 모양의 도로가 있다. A 지점에서 시작하여 ㉠, ㉡, ㉢도로를 모두 거쳐 B 지점에서 끝나는 관광 노선을 만들 때, 가능한 관광 노선의 가지 수를 구하여라. (단, $\overline{AB}$는 한 번만 지날 수 있다.)

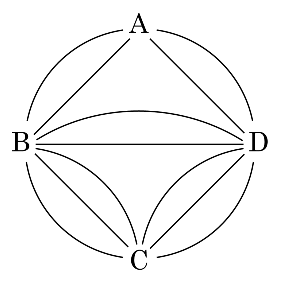


① 10가지　② 12가지　③ 16가지
④ 27가지　⑤ 36가지

해설

㉠ → ㉡ → ㉢인 경우 $2\times2\times2=8$(가지)
㉡ → ㉠ → ㉢ 인 경우 $2\times2\times2=8$(가지)
따라서 $8+8=16$(가지)이다.

29. 다음 그림과 같이 A, B, C, D의 도시 사이에 길이 있다. A도시에서 D도시까지 가는 방법의 수를 구하여라. (단, 한 번 지나간 도시는 다시 지나지 않는다.)



▶ 답: ＿＿＿＿＿＿ 가지

▷ 정답: 24가지

해설

A → D인 경우 2가지

A → B → D로 가는 경우

$2 \times 2 = 4$(가지)

A → B → C → D로 가는 경우

$2 \times 3 \times 3 = 18$(가지)

따라서 구하는 방법의 수는 $2 + 4 + 18 = 24$(가지)이다.

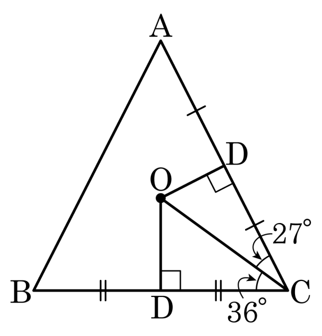
30. 정사면체의 네 면에 각각 7 , 7 ,-7 , 0이 적혀 있다. 이 정사면체를 두 번 던졌을 때, 바닥에 깔리는 숫자의 합이 0이 될 확률은?

① $\frac{1}{4}$　　② $\frac{5}{16}$　　③ $\frac{3}{8}$　　④ $\frac{7}{16}$　　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$(0,\ 0)$, $(7,\ -7)$, $(-7,\ 7)$ 일 확률의 합이므로 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{5}{16}$ 이다.

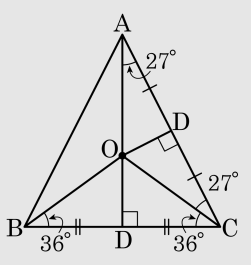
31. 다음 그림에서 점 O 가 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 54°

해설



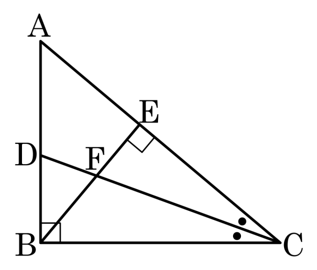
$\angle OAD = \angle OCD = 27°, \angle OBC = \angle OCB = 36°$

또, $\angle OAB = \angle OBA$ 이므로,

$\angle OAB = \frac{1}{2}\left\{180° - 2(36° + 27°)\right\} = 27°$

$\therefore \angle A = 27° + 27° = 54°$

32. 다음 그림에서 $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle BFD$ 의 크기와 크기가 같은 각은?



① $55°$, $\angle ADC$ ② $50°$, $\angle EBC$ ③ $65°$, $\angle BAC$
④ $60°$, $\angle BDC$ ⑤ $70°$, $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC = 60°$