

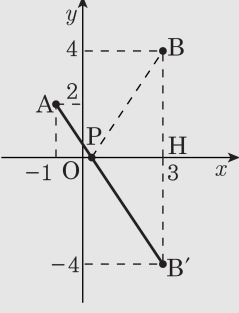
1. 두 점 A (−1, 2) , B (3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B' (3, −4)
 $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$
 따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
 세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
 가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



2. 좌표평면에서 두 점 A(-1, 4), B(5, -5)를 이은 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점이 직선 $y = 2x + k$ 위에 있을 때, 상수 k 의 값은?

① -8 ② -7 ③ -6 ④ -5 ⑤ -4

해설

선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{2 \times 5 + 1 \times (-1)}{2 + 1}, \frac{2 \times (-5) + 1 \times 4}{2 + 1} \right) = (3, -2) \text{ 이다.}$$

점 (3, -2)가 직선 $y = 2x + k$ 위의 점이므로

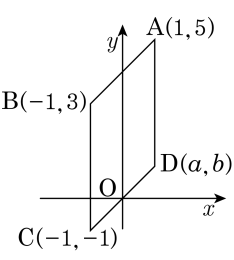
$$-2 = 6 + k \quad \therefore k = -8$$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.
 $\therefore, \left(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) = \left(\frac{-1 + a}{2}, \frac{3 + b}{2} \right)$
 $\therefore a = 1, b = 1$
 $\therefore ab = 1$



4. 수직선 위의 5개의 정점 A(-1), B(0), C(1), D(3), E(5)와 동점 P(x)에 대하여 점 P에서 5개의 정점 A, B, C, D, E까지의 거리의 합을 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 최솟값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

수직선 위에 임의의 동점 P(x)를 잡으면
점 P에서 정점 A, B, C, D, E까지의 거리 $f(x)$ 는
 $f(x) = |x + 1| + |x| + |x - 1| + |x - 3| + |x - 5|$

(i) $x < -1$, $f(x) = -x - 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -5x + 8$
(ii) $-1 \leq x < 0$, $f(x) = x + 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -3x + 10$
(iii) $0 \leq x < 1$, $f(x) = x + 1 + x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -x + 10$
(iv) $1 \leq x < 3$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 - x + 3 - x + 5 = x + 8$
(v) $3 \leq x < 5$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 - x + 5 = 3x + 2$
(vi) $5 \leq x$, $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 + x - 5 = 5x - 8$

이므로
(i)~(vi)의 그래프에서 $x = 1$ 인 경우 $f(x)$ 는 최솟값을 갖는다.
 $\therefore f(1) = |1 + 1| + |1| + |1 - 1| + |1 - 3| + |1 - 5| = 9$

5. 두 점 A(-1, 2), B(3, 0)으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는?

- ① $y = 2x^2 - x$ ② $x^2 + y^2 = 1$ ③ $y = 2x - 1$
④ $y = 2x$ ⑤ $y = x + 1$

해설

구하는 자취 위의 점을 P(x, y) 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 로부터

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면 $8x - 4y - 4 = 0$

$$\therefore y = 2x - 1$$

6. 좌표평면 위의 두 점 A, B 사이의 거리를 $\star(A, B)$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $\star(A, B) \geq 0$
 - ② $\star(A, B) = \star(B, A)$
 - ③ $\star(A, B) = \star(A, C)$ 이면 두 점 B, C 는 일치한다.
 - ④ $\star(A, B) = 0$ 이면 두 점 A, B는 일치한다.
 - ⑤ 세 점 A, B, C 에 대하여 항상 관계식 $\star(A, B) + \star(B, C) \geq \star(A, C)$ 가 성립한다.

해설

- ① 거리는 음의 수가 나올 수 없으므로 참
- ② 좌변과 우변 모두 A와 B 사이의 거리이므로 참
- ③ A로 부터 같은 거리에 있는 점은 수없이 많으므로 거짓
- ④ 거리가 0이므로 동일한 점이므로 참
- ⑤ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 합은 $\overline{AC}$ 보다 같거나 크므로 참

7. 두 점 $(-4, 1)$, $(2, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

- ① $(0, -1)$ ② $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ ③ $\left(0, \frac{1}{4}\right)$
④ $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ⑤ $(2, 2)$

해설

y 축 위의 점을 $(0, \alpha)$ 라 하면
 $\sqrt{4^2 + (\alpha - 1)^2} = \sqrt{2^2 + (\alpha - 3)^2}$
 $\therefore \alpha = -1$
 $\therefore y$ 축 위의 점 : $(0, -1)$

8. 두 점 A(-5, 1), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$
④ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ⑤ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

해설

구하는 점을 $P(a, -a)$ 라 하면 ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (a+1)^2 = (a-4)^2 + (a+5)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

9. 좌표평면 위의 세 점 A(4, -2), B(1, 7), C(-2, 1)을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?
- ① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 예각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

세변의 길이는

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + (7-(-2))^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$
$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$
$$\overline{CA} = \sqrt{(4-(-2))^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$ 이고, $\overline{BC} = \overline{CA}$ 이므로 직각이등변삼각형이다.

10. 세 점 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

- ① (2, -1)
- ② (2, -2)
- ③ (3, -2)
- ④ (2, 2)
- ⑤ (1, -2)

해설

외심의 좌표를 $O(a, b)$ 라 하면 $\overline{OA} = \overline{OB}$
즉, $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로
 $(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a + 1)^2 + (b - 2)^2$
 $\therefore 7a - b = 16 \cdots \textcircled{1}$
 $\overline{OA} = \overline{OC}$
즉 $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2$ 이므로
 $(a - 6)^2 + (b - 1)^2 = (a - 2)^2 + (b - 3)^2$
 $\therefore 2a - b = 6 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a = 2, b = -2$
 $\therefore O(2, -2)$

11. 두 점 A(2, -1), B(6, 3) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P, y 축 위의 점을 Q라 할 때, $\triangle OPQ$ 의 외심의 좌표를 (x , y)라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.(단, O는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

P(a , 0), Q(0, b)라 하면

$$(2-a)^2 + (-1-0)^2 = (6-a)^2 + (3-0)^2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2-0)^2 + (-1-b)^2 = (6-0)^2 + (3-b)^2 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $a = 5$, ㉡에서 $b = 5$

$\triangle OPQ$ 의 외심을 (x , y)라 하면

$$x^2 + y^2 = (x-5)^2 + y^2 = x^2 + (y-5)^2$$

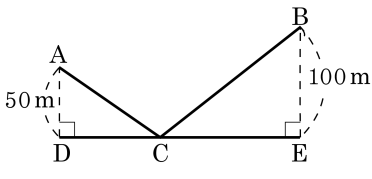
$$\therefore -10x + 25 = 0, -10y + 25 = 0$$

$$\therefore x = y = \frac{5}{2}$$

따라서 외심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$$\therefore x + y = 5$$

12. 다음 그림과 같이 고압 전선 $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50 m, 100 m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200 m일 때, 전체 전선의 길이 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.

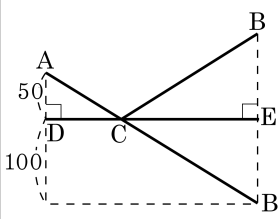


▶ 답 : m

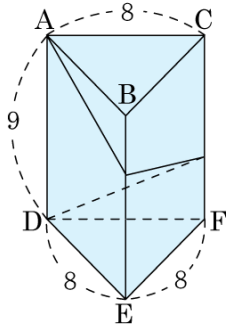
▷ 정답 : 250 m

해설

B를 $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을 B' 이라 하면
 $\overline{BC} = \overline{CB'}$ 이므로
 $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$
 따라서 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은
 $\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$



13. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

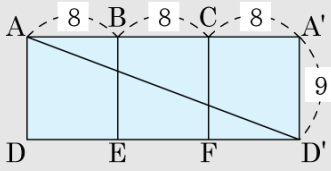


▶ 답 :

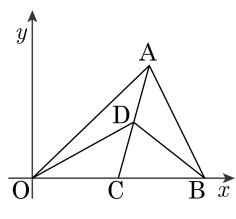
▷ 정답 : $3\sqrt{73}$

해설

$$\overline{AD'} = \frac{\sqrt{24^2 + 9^2}}{\sqrt{576 + 81}} = \frac{\sqrt{657}}{\sqrt{657}} = 3\sqrt{73}$$



14. 좌표평면 위에 세 점 $O(0, 0)$, $A(2, 2)$, $B(3, 0)$ 이있다. 선분 OB 위의 점 C 와 선분 AC 위의 점 D 에 대하여 4 개의 삼각형 OAD , OCD , ABD , BCD 의 넓이가 모두 같을 때, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.75

해설

$\triangle OCD$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{OC} : \overline{BC} = 1 : 1$$

즉, 점 C 는 선분 OB 의 중점이고,

$$C\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

또, $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{CD} : \overline{AD} = 1 : 1$$

즉, 점 D 는 선분 AC 의 중점이므로,

$$D\left(\frac{7}{4}, 1\right)$$

따라서, 점 D 의 x 좌표와 y 좌표의 합은

$$\frac{7}{4} + 1 = \frac{11}{4} = 2.75$$

15. 좌표평면 위의 점 A(1, 4) 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 3 : 2 로 외분하는 점 Q 의 좌표가 (4, 1) 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

점 B 의 좌표를 B(a , b) 라 하면

점 Q 의 좌표는 $Q\left(\frac{3a-2}{3-2}, \frac{3b-8}{3-2}\right)$ 이다.

이때, 점 Q 의 좌표가 (4, 1) 이므로

$$3a-2=4 \quad \therefore a=2,$$

$$3b-8=1 \quad \therefore b=3$$

$$\therefore B(2, 3)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}$$

16. 원점 O와 점 A(3, 6)을 이은 선분 OA를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 선분 OP를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라고 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{17}$

해설

$$P\left(\frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1}\right) = (2, 4)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 2 - 1 \times 0}{2 - 1}, \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1}\right) = (4, 12) \text{ 이므로}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \text{ 이다.}$$

17. 수직선 위의 두 점 A,B에 대하여 선분 AB를 $m:n$ 으로 내분한 점을 C, 외분한 점을 D라 할 때, $\frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} = \frac{\square}{\overline{AB}}$ 가 성립한다. $\square$ 안에 알맞은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

네 점의 좌표를 각각 A(0), B(b), C(c), D(d)라 하면

$$c = \frac{mb}{m+n}, d = \frac{mb}{m-n}$$

(∵ A의 좌표가 0)

$$\therefore \overline{AC} = c - 0 = \frac{mb}{m+n}$$

$$\overline{AD} = d - 0 = \frac{mb}{m-n}$$

$$\overline{AB} = b - 0 = b$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{\overline{AC}} + \frac{1}{\overline{AD}} &= \frac{m+n}{mb} + \frac{m-n}{mb} \\ &= \frac{2m}{mb} = \frac{2}{b} = \frac{2}{\overline{AB}} \end{aligned}$$

18. 세 점 A(0, 0), B(3, 4), C(-1, 0)에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 점 D의 좌표는?

① (-2, 3)

② (-4, -4)

③ (2, -1)

④ (1, 3)

⑤ (-2, -3)

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

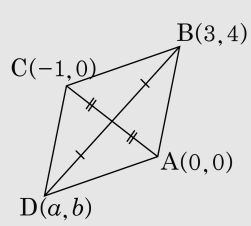
$\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.

즉, D의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$\frac{0 + (-1)}{2} = \frac{a + 3}{2}, \frac{0 + 0}{2} = \frac{b + 4}{2}$$

$$\therefore a = -4, b = -4$$

$$\therefore D(-4, -4)$$



19. 평행사변형 ABCD의 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(-3, 0)$, $B(-2, -2)$, $C(5, -2)$, $D(a, b)$ 이고, 선분 AC의 중점 $M(c, d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

평행사변형은 밑변과 윗변이 평행하면서 길이가 같아야 한다.

$A(-2-1, -2+2)$ 이므로 $D(5-1, -2+2)$ 에서

$D(4, 0)$ 임을 알 수 있다.

중점을 구하는 공식을 사용하면

$$c = \{5 + (-3)\} \div 2 = 1,$$

$$d = \{0 + (-2)\} \div 2 = -1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d = 4 + 0 + 1 + (-1) = 4$$

20. 평행사변형 ABCD에서 A(2, 3), B(-5, 4), C(-2, 5), D(a, b)라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$\overline{BA} \parallel \overline{CD}$ 이므로

점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때

x 축 방향으로 +7, y 축 방향으로 -1인 것을

점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다

$\therefore D(a, b) = (-2 + 7, 5 - 1) = (5, 4)$

$\therefore a + b = 9$

21. 좌표평면 위의 네 점 A(-3, -3), B(3, -3), C(3, 5), D(-3, 5)를 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD가 있다. ABCD의 넓이를 이등분하는 직선이 항상 지나는 점 E의 좌표는?

- ① (-4, 0)
- ② (0, 1)
- ③ (0, 2)
- ④ (1, 2)
- ⑤ (4, 3)

해설

좌표평면 위에 네 점 A, B, C, D를 그리면
대각선의 교점은 AC의 중점이다.

$$\left(\frac{-3+3}{2}, \frac{-3+5}{2}\right) = (0, 1)$$

따라서 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선은
항상 (0, 1)을 지난다

22. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4)이고, 선분 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3)이고 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

- ① (3, -1)
- ② (4, -1)
- ③ (5, -1)
- ④ (4, 0)
- ⑤ (5, 0)

해설

B(x, y), C(a, b)라고 하면

중점 $(-1, 3) = \left(\frac{x+5}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$ 에서

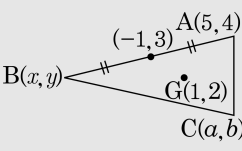
$x+5 = -2$, $x = -7$, $y+4 = 6$, $y = 2$

$\therefore B(x, y) = (-7, 2)$

$G = \left(\frac{5-7+a}{3}, \frac{4+2+b}{3}\right) = (1, 2)$ 에서

$a-2 = 3$, $a = 5$, $b+6 = 6$, $b = 0$

$\therefore C(5, 0)$



23. 삼각형 ABC의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4), 변 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3), 무게중심의 좌표가 (1, 2) 일 때, 변 BC의 중점의 좌표를 (a, b)라 할 때, a + b의 값을 구하면?

① -3 ② 0 ③ 2 ④ 5 ⑤ 7

해설

점 B(X, Y)라 하면,

$$\overline{AB} \text{의 중점} : \left(\frac{X+5}{2}, \frac{Y+4}{2} \right) = (-1, 3)$$

$$\therefore X = -7, Y = 2$$

이제 점 C(x, y)라 하면,

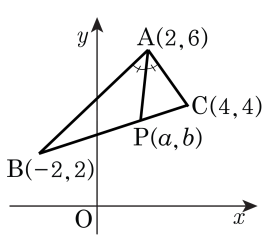
$$\text{무게중심은} \left(\frac{5 + (-7) + x}{3}, \frac{4 + 2 + y}{3} \right) = (1, 2)$$

$$\therefore x = 5, y = 0$$

$\therefore$ 변 BC의 중점은

$$\left(\frac{-7 + 5}{2}, \frac{2 + 0}{2} \right) = (-1, 1)$$

24. 다음 그림과 같이 세 점 A(2, 6), B(-2, 2), C(4, 4) 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 P(a , b) 라 할 때, $3ab$ 의 값은?



- ① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이

변 BC 와 만나는 점을 P(a , b) 라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP}$ 가 성립한다.

이때, $\overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-6)^2} = 4\sqrt{2}$,

$\overline{AC} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-6)^2} = 2\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 1$

따라서 점 P(a , b) 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

$$\therefore a = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot (-2)}{2 + 1} = 2,$$

$$b = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 3ab = 3 \cdot 2 \cdot \frac{10}{3} = 20$$

25. 세 점 $O(0,0)$, $A(3,6)$, $B(6,3)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 OBP 의 넓이의 2배일 때, $a-b$ 의 값은?
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로 $\triangle OAP = 2\triangle OBP$ 이려면 P 는 두 점 A, B 를 $2:1$ 로 내분하여야 한다.

따라서 $P\left(\frac{12+3}{3}, \frac{6+6}{3}\right)$

즉 $P(5,4)$ 이므로 $a=5, b=4$

$\therefore a-b=1$

