

1. 두 점  $A(-1, 2)$ ,  $B(3, 4)$ 에 대하여 점  $P$ 가  $x$ 축 위를 움직일 때,  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ①  $2\sqrt{13}$       ②  $2\sqrt{11}$       ③  $\sqrt{41}$       ④ 5      ⑤  $2\sqrt{5}$

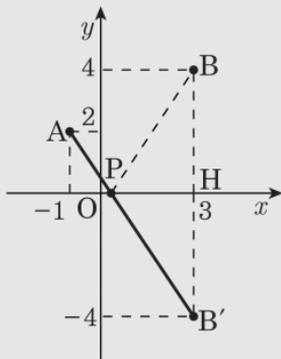
해설

점  $B$ 를  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $B'$ 이라 하면  $B'(3, -4)$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$$

따라서  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟거리는  $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고 세 점  $A, P, B'$ 이 직선 위에 있을 때 가장 짧은  $\overline{AB'}$ 이 최솟거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$



2. 좌표평면에서 두 점  $A(-1, 4)$ ,  $B(5, -5)$ 를 이은 선분  $AB$ 를  $2:1$ 로 내분하는 점이 직선  $y = 2x + k$  위에 있을 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① -8      ② -7      ③ -6      ④ -5      ⑤ -4

해설

선분  $AB$ 를  $2:1$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{2 \times 5 + 1 \times (-1)}{2 + 1}, \frac{2 \times (-5) + 1 \times 4}{2 + 1} \right) = (3, -2) \text{이다.}$$

점  $(3, -2)$ 가 직선  $y = 2x + k$  위의 점이므로

$$-2 = 6 + k \quad \therefore k = -8$$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 꼭짓점의 좌표가 각각 A(1, 5), B(-1, 3), C(-1, -1), D(a, b) 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

①  $\frac{1}{2}$

②  $\frac{2}{3}$

③  $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤  $\frac{3}{2}$

### 해설

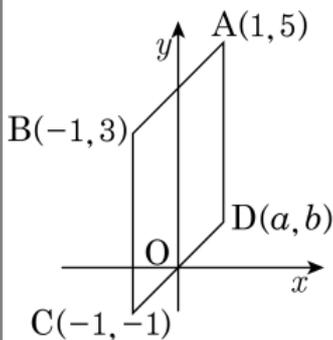
평행사변형의 성질에 의해 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 두 선분 AC 와 BD 의 중점은 일치한다.

$$\text{즉, } \left( \frac{1 + (-1)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) =$$

$$\left( \frac{-1 + a}{2}, \frac{3 + b}{2} \right)$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore ab = 1$$



4. 수직선 위의 5개의 정점 A(-1), B(0), C(1), D(3), E(5)와 동점 P(x)에 대하여 점 P에서 5개의 정점 A, B, C, D, E까지의 거리의 합을  $f(x)$ 라 할 때,  $f(x)$ 의 최솟값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

### 해설

수직선 위에 임의의 동점 P(x)를 잡으면

점 P에서 정점 A, B, C, D, E까지의 거리  $f(x)$ 는

$$f(x) = |x + 1| + |x| + |x - 1| + |x - 3| + |x - 5|$$

(i)  $x < -1$ ,  $f(x) = -x - 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -5x + 8$

(ii)  $-1 \leq x < 0$ ,  $f(x) = x + 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -3x + 10$

(iii)  $0 \leq x < 1$ ,  $f(x) = x + 1 + x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -x + 10$

(iv)  $1 \leq x < 3$ ,  $f(x) = x + 1 + x + x - 1 - x + 3 - x + 5 = x + 8$

(v)  $3 \leq x < 5$ ,  $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 - x + 5 = 3x + 2$

(vi)  $5 \leq x$ ,  $f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 + x - 5 = 5x - 8$   
이므로

(i)~(vi)의 그래프에서  $x = 1$ 인 경우  $f(x)$ 는 최솟값을 갖는다.

$$\therefore f(1) = |1 + 1| + |1| + |1 - 1| + |1 - 3| + |1 - 5| = 9$$

5. 두 정점 A(-1, 2), B(3, 0) 으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는?

①  $y = 2x^2 - x$

②  $x^2 + y^2 = 1$

③  $y = 2x - 1$

④  $y = 2x$

⑤  $y = x + 1$

해설

구하는 자취 위의 점을 P(x, y) 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 로부터

$$\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱하여 정리하면  $8x - 4y - 4 = 0$

$$\therefore y = 2x - 1$$

6. 좌표평면 위의 두 점 A, B 사이의 거리를  $\star(A, B)$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $\star(A, B) \geq 0$

②  $\star(A, B) = \star(B, A)$

③  $\star(A, B) = \star(A, C)$  이면 두 점 B, C 는 일치한다.

④  $\star(A, B) = 0$  이면 두 점 A, B는 일치한다.

⑤ 세 점 A, B, C 에 대하여 항상 관계식  
 $\star(A, B) + \star(B, C) \geq \star(A, C)$  가 성립한다.

### 해설

- ① 거리는 음의 수가 나올 수 없으므로 참
- ② 좌변과 우변 모두 A와 B 사이의 거리이므로 참
- ③ A로 부터 같은 거리에 있는 점은 수없이 많으므로 거짓
- ④ 거리가 0이므로 동일한 점이므로 참
- ⑤  $\overline{AB}, \overline{BC}$ 의 합은  $\overline{AC}$ 보다 같거나 크므로 참

7. 두 점  $(-4, 1)$ ,  $(2, 3)$ 에서 같은 거리에 있는  $y$ 축 위의 점의 좌표는?

①  $(0, -1)$

②  $(0, -\frac{1}{2})$

③  $(0, \frac{1}{4})$

④  $(0, \frac{1}{2})$

⑤  $(2, 2)$

해설

$y$ 축 위의 점을  $(0, \alpha)$ 라 하면

$$\sqrt{4^2 + (\alpha - 1)^2} = \sqrt{2^2 + (\alpha - 3)^2}$$

$$\therefore \alpha = -1$$

$\therefore y$ 축 위의 점 :  $(0, -1)$

8. 두 점 A(-5, 1), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는  $y = -x$  위에 있는 점의 좌표는?

①  $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

②  $\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

③  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

④  $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

⑤  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

### 해설

구하는 점을  $P(a, -a)$ 라 하면 ( $\because y = -x$ )

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (a+1)^2 = (a-4)^2 + (a+5)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

9. 좌표평면 위의 세 점  $A(4, -2)$ ,  $B(1, 7)$ ,  $C(-2, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는  $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 예각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

세변의 길이는

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + \{7-(-2)\}^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\begin{aligned}\overline{CA} &= \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

따라서  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$  이고,  $\overline{BC} = \overline{CA}$  이므로 직각이등변삼각형이다.

10. 세 점 A(6,1), B(-1,2), C(2,3)을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC의 외심의 좌표를 구하면?

① (2, -1)

② (2, -2)

③ (3, -2)

④ (2, 2)

⑤ (1, -2)

해설

외심의 좌표를  $O(a,b)$ 라 하면  $\overline{OA} = \overline{OB}$

즉,  $\overline{OA}^2 = \overline{OB}^2$ 이므로

$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2$$

$$\therefore 7a - b = 16 \cdots \text{㉠}$$

$\overline{OA} = \overline{OC}$

즉  $\overline{OA}^2 = \overline{OC}^2$ 이므로

$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2$$

$$\therefore 2a - b = 6 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서  $a = 2, b = -2$

$$\therefore O(2, -2)$$

11. 두 점  $A(2, -1)$ ,  $B(6, 3)$  에서 같은 거리에 있는  $x$ 축 위의 점을  $P$ ,  $y$ 축 위의 점을  $Q$ 라 할 때,  $\triangle OPQ$ 의 외심의 좌표를  $(x, y)$ 라 할 때,  $x + y$ 의 값을 구하여라.(단,  $O$ 는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$P(a, 0)$ ,  $Q(0, b)$ 라 하면

$$(2 - a)^2 + (-1 - 0)^2 = (6 - a)^2 + (3 - 0)^2 \dots \textcircled{㉠}$$

$$(2 - 0)^2 + (-1 - b)^2 = (6 - 0)^2 + (3 - b)^2 \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$ 에서  $a = 5$ ,  $\textcircled{㉡}$ 에서  $b = 5$

$\triangle OPQ$ 의 외심을  $(x, y)$ 라 하면

$$x^2 + y^2 = (x - 5)^2 + y^2 = x^2 + (y - 5)^2$$

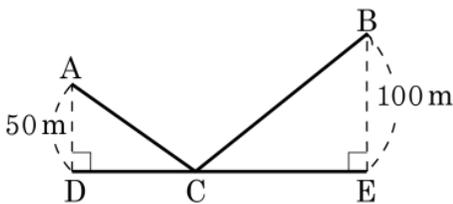
$$\therefore -10x + 25 = 0, -10y + 25 = 0$$

$$\therefore x = y = \frac{5}{2}$$

따라서 외심의 좌표는  $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$$\therefore x + y = 5$$

12. 다음 그림과 같이 고압 전선  $\overline{DE}$ 가 지나는 곳으로부터 각각 50m, 100m 떨어진 두 지점에 빌딩 A, B가 위치하고 있다. 변압기를 D와 E 사이의 한 지점에 설치하여 빌딩 A, B에 전력을 공급하려고 한다. D와 E 사이의 거리가 200m일 때, 전체 전선의 길이  $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답:                      m

▷ 정답: 250 m

해설

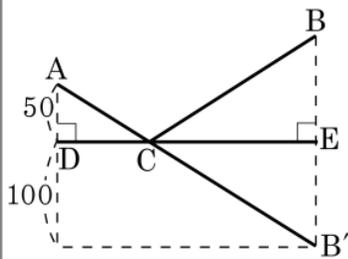
B를  $\overline{DE}$ 에 대해 대칭이동한 점을  $B'$ 이라 하면

$$\overline{BC} = \overline{CB'} \text{ 이므로}$$

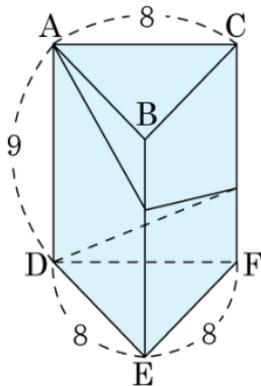
$$\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{AC} + \overline{CB'} \geq \overline{AB'}$$

따라서  $\overline{AC} + \overline{BC}$ 의 최솟값은

$$\overline{AB'} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250(\text{m})$$



13. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 꼭짓점 A 에서 출발하여 모서리 BE, CF 를 순서대로 지나 꼭짓점 D 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

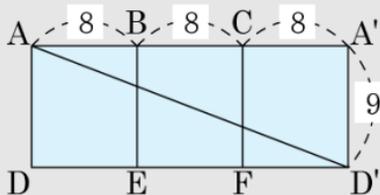


▶ 답 :

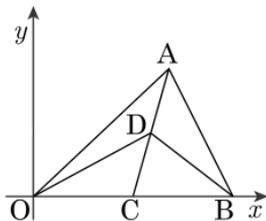
▷ 정답 :  $3\sqrt{73}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AD'} &= \sqrt{24^2 + 9^2} = \\ \sqrt{576 + 81} &= \sqrt{657} = 3\sqrt{73} \end{aligned}$$



14. 좌표평면 위에 세 점  $O(0, 0)$ ,  $A(2, 2)$ ,  $B(3, 0)$  이 있다. 선분  $OB$  위의 점  $C$ 와 선분  $AC$  위의 점  $D$ 에 대하여 4개의 삼각형  $OAD$ ,  $OCD$ ,  $ABD$ ,  $BCD$ 의 넓이가 모두 같을 때, 점  $D$ 의  $x$ 좌표와  $y$ 좌표의 합을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.75

해설

$\triangle OCD$ 와  $\triangle BCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{OC} : \overline{BC} = 1 : 1$$

즉, 점  $C$ 는 선분  $OB$ 의 중점이고,

$$C\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

또,  $\triangle OAD$ 와  $\triangle OCD$ 의 넓이가 같으므로

$$\overline{CD} : \overline{AD} = 1 : 1$$

즉, 점  $D$ 는 선분  $AC$ 의 중점이므로,

$$D\left(\frac{7}{4}, 1\right)$$

따라서, 점  $D$ 의  $x$ 좌표와  $y$ 좌표의 합은

$$\frac{7}{4} + 1 = \frac{11}{4} = 2.75$$

15. 좌표평면 위의 점  $A(1, 4)$  에 대하여  $\overline{AB}$  를 3 : 2 로 외분하는 점  $Q$  의 좌표가  $(4, 1)$  일 때,  $\overline{AB}$  의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\sqrt{2}$

해설

점  $B$  의 좌표를  $B(a, b)$  라 하면

점  $Q$  의 좌표는  $Q\left(\frac{3a-2}{3-2}, \frac{3b-8}{3-2}\right)$  이다.

이때, 점  $Q$  의 좌표가  $(4, 1)$  이므로

$$3a - 2 = 4 \quad \therefore a = 2,$$

$$3b - 8 = 1 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore B(2, 3)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}$$

16. 원점 O와 점 A(3, 6)을 이은 선분 OA를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 선분 OP를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라고 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?

▶ 답:

▷ 정답:  $2\sqrt{17}$

해설

$$P\left(\frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1}\right) = (2, 4)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 2 - 1 \times 0}{2 - 1}, \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1}\right) = (4, 12) \text{ 이므로}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \text{ 이다.}$$

17. 수직선 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를  $m:n$ 으로 내분한 점을 C, 외분한 점을 D라 할 때,  $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = \frac{\square}{AB}$ 가 성립한다.  $\square$  안에 알맞은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

### 해설

네 점의 좌표를 각각 A(0), B(b), C(c), D(d)라 하면

$$c = \frac{mb}{m+n}, d = \frac{mb}{m-n}$$

( $\because$  A의 좌표가 0)

$$\therefore \overline{AC} = c - 0 = \frac{mb}{m+n}$$

$$\overline{AD} = d - 0 = \frac{mb}{m-n}$$

$$\overline{AB} = b - 0 = b$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} &= \frac{m+n}{mb} + \frac{m-n}{mb} \\ &= \frac{2m}{mb} = \frac{2}{b} = \frac{2}{\overline{AB}} \end{aligned}$$

18. 세 점  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $C(-1, 0)$ 에 대하여 사각형  $ABCD$ 가 평행사변형일 때, 점  $D$ 의 좌표는?

①  $(-2, 3)$

②  $(-4, -4)$

③  $(2, -1)$

④  $(1, 3)$

⑤  $(-2, -3)$

### 해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

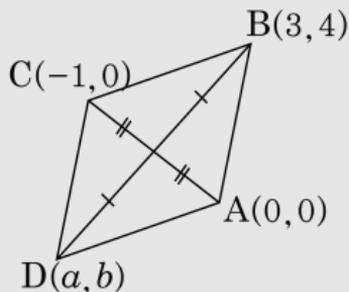
$\overline{AC}$ 의 중점과  $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.

즉,  $D$ 의 좌표를  $(a, b)$ 라 하면

$$\frac{0 + (-1)}{2} = \frac{a + 3}{2}, \quad \frac{0 + 0}{2} = \frac{b + 4}{2}$$

$$\therefore a = -4, b = -4$$

$$\therefore D(-4, -4)$$



19. 평행사변형 ABCD의 꼭짓점의 좌표가 각각  $A(-3, 0)$ ,  $B(-2, -2)$ ,  $C(5, -2)$ ,  $D(a, b)$ 이고, 선분 AC의 중점  $M(c, d)$ 일 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

### 해설

평행사변형은 밑변과 윗변이 평행하면서 길이가 같아야 한다.

$A(-2-1, -2+2)$ 이므로  $D(5-1, -2+2)$ 에서

$D(4, 0)$ 임을 알 수 있다.

중점을 구하는 공식을 사용하면

$$c = \{5 + (-3)\} \div 2 = 1,$$

$$d = \{0 + (-2)\} \div 2 = -1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d = 4 + 0 + 1 + (-1) = 4$$

20. 평행사변형 ABCD에서 A(2, 3), B(-5, 4), C(-2, 5), D(a, b)라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$\overline{BA} \parallel \overline{CD}$  이므로

점 B에서 점 A로의 이동을 생각할 때

$x$ 축 방향으로 +7,  $y$ 축 방향으로 -1인 것을

점 C에서 점 D로의 이동에 적용시킬 수 있다

$$\therefore D(a, b) = (-2 + 7, 5 - 1) = (5, 4)$$

$$\therefore a + b = 9$$

21. 좌표평면 위의 네 점  $A(-3, -3)$ ,  $B(3, -3)$ ,  $C(3, 5)$ ,  $D(-3, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형  $ABCD$ 가 있다.  $ABCD$ 의 넓이를 이등분하는 직선이 항상 지나는 점  $E$ 의 좌표는?

①  $(-4, 0)$

②  $(0, 1)$

③  $(0, 2)$

④  $(1, 2)$

⑤  $(4, 3)$

해설

좌표평면 위에 네 점  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ 를 그리면  
대각선의 교점은  $\overline{AC}$ 의 중점이다.

$$\left( \frac{-3+3}{2}, \frac{-3+5}{2} \right) = (0, 1)$$

따라서  $ABCD$ 의 넓이를 이등분하는 직선은  
항상  $(0, 1)$ 을 지난다

22.  $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4)이고, 선분 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3)이고 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 꼭짓점 C의 좌표를 구하면?

① (3, -1)

② (4, -1)

③ (5, -1)

④ (4, 0)

⑤ (5, 0)

해설

$B(x, y)$ ,  $C(a, b)$ 라고 하면

중점  $(-1, 3) = \left(\frac{x+5}{2}, \frac{y+4}{2}\right)$ 에서

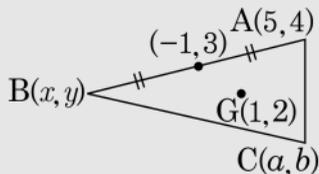
$$x+5 = -2, x = -7, y+4 = 6, y = 2$$

$$\therefore B(x, y) = (-7, 2)$$

$G = \left(\frac{5-7+a}{3}, \frac{4+2+b}{3}\right) = (1, 2)$ 에서

$$a-2 = 3, a = 5, b+6 = 6, b = 0$$

$$\therefore C(5, 0)$$



23. 삼각형 ABC의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4), 변 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3), 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 변 BC의 중점의 좌표를 (a, b)라 할 때, a + b의 값을 구하면?

① -3

② 0

③ 2

④ 5

⑤ 7

해설

점 B(X, Y)라 하면,

$$\overline{AB} \text{의 중점} : \left( \frac{X+5}{2}, \frac{Y+4}{2} \right) = (-1, 3)$$

$$\therefore X = -7, Y = 2$$

이제 점 C(x, y)라 하면,

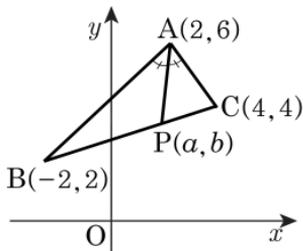
$$\text{무게중심은} \left( \frac{5 + (-7) + x}{3}, \frac{4 + 2 + y}{3} \right) = (1, 2)$$

$$\therefore x = 5, y = 0$$

$\therefore$  변 BC의 중점은

$$\left( \frac{-7 + 5}{2}, \frac{2 + 0}{2} \right) = (-1, 1)$$

24. 다음 그림과 같이 세 점  $A(2, 6)$ ,  $B(-2, 2)$ ,  $C(4, 4)$  를 꼭짓점으로 하는  $\triangle ABC$  에서  $\angle A$  의 이등분선이 변  $BC$  와 만나는 점을  $P(a, b)$  라 할 때,  $3ab$  의 값은?



- ① 10            ② 15            ③ 20  
 ④ 25            ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$  에서  $\angle A$  의 이등분선이

변  $BC$  와 만나는 점을  $P(a, b)$  라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP}$  가 성립한다.

$$\text{이때, } \overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-6)^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-6)^2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 1$$

따라서 점  $P(a, b)$  는 변  $BC$  를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

$$\therefore a = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot (-2)}{2 + 1} = 2,$$

$$b = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 3ab = 3 \cdot 2 \cdot \frac{10}{3} = 20$$

25. 세 점  $O(0,0)$ ,  $A(3,6)$ ,  $B(6,3)$ 와 선분  $AB$  위의 점  $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형  $OAP$ 의 넓이가 삼각형  $OBP$ 의 넓이의 2배일 때,  $a-b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

### 해설

다음 그림에서  $\triangle OAB$ 와  $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로  
 $\triangle OAP = 2\triangle OBP$  이려면

$P$ 는 두 점  $A, B$ 를 2 : 1로 내분하여야 한다.

$$\text{따라서 } P\left(\frac{12+3}{3}, \frac{6+6}{3}\right)$$

즉  $P(5,4)$  이므로  $a=5, b=4$

$$\therefore a-b=1$$

