

1. 두 다항식 A , B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $\textcircled{A} A = x^3 - x^2 + x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2$, $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$, $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{\text{1}}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{\text{2}}$$

$$(\textcircled{\text{1}} + \textcircled{\text{2}}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{\text{1}} - \textcircled{\text{2}}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

2. 다항식 $x^5 \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)$ 의 차수는?

- ① 2차 ② 3차 ③ 6차 ④ 7차 ⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x} \right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} \right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

3. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x) \{ Q(x) - 1 \} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

4. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을 $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1 일 때, 다항식 $f(x)$ 를 $2x + 1$ 로 나눈 몫 $Q(x)$ 와 나머지 R 을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$ ② $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$ ④ $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$$2x + 1 \text{ 로 나누면 } Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$$

5. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R

③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R

⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$$x - \frac{1}{2} \parallel 2\text{를 곱하면 } 2x - 1$$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R = (2x - 1)\frac{1}{2}Q(x) + R$$

6. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

- ① $(x - y)^2 - xy(y - x) = (x - y)(x - y + xy)$
- ② $3a^2 - 27b^2 = 3(a + 3b)(a - 3b)$
- ③ $64a^3 - 125 = (4a + 5)(16a^2 - 20a + 25)$
- ④ $(x^2 - x) (x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x + 1)(x - 2)$
- ⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x - 1)(2x - 3)$

해설

$$\begin{aligned}64a^3 - 125 &= (4a)^3 - (5)^3 \\&= (4a - 5)(16a^2 + 20a + 25)\end{aligned}$$

7. 다음 ⑦~⑩ 중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

⑦ $x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$

⑧ $9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x-2y)(3x+y)$

⑨ $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 - 5x + 25)$

⑩ $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x-y+2)(x-y+1)$

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

⑦ $x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2 + y^2)$

⑧ $9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x+2y)(3x-y)$

⑨ $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$

⑩ $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$
 $= 2x^2 - (4+y)x - (y^2 - y - 2)$
 $= 2x^2 - (4+y)x - (y-2)(y+1)$
 $= \{2x + (y-2)\} \{x - (y+1)\}$
 $= (2x+y-2)(x-y-1)$

8. 사차식 $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 3y$ ② $\textcircled{2} x - 2y$ ③ $x - y$
④ $x + y$ ⑤ $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\&= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

9. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 - 2xy - 4y^2$ ② $x^2 - 2xy + 4y^2$ ③ $x^2 + 2xy + 4y^2$
④ $x^2 - 4xy - 7y^2$ ⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x+y) - 2y\}\{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\&= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

10. 다항식 $2x^2 - 2y^2 + 3xy + 5x + 5y + 3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

- ① $3x + 3y - 2$ ② $3x - y - 4$ ③ $\textcircled{3} 3x + y + 4$
④ $3x + y - 2$ ⑤ $3x - y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + (3y + 5)x - (2y^2 - 5y - 3) \\ &= (2x + (2y + 1))(x - (y - 3)) \\ \therefore & (2x + 2y + 1) + (x - y + 3) = 3x + y + 4 \end{aligned}$$

11. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x + y - 1)(x + 2y - 1)$ ② $(x - y - 1)(x + 2y - 1)$
③ $(x - y + 1)(x + 2y - 1)$ ④ $(x - y - 1)(x + 2y + 1)$
⑤ $(x + y + 1)(x + 2y - 1)$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$\begin{aligned} & x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1 \\ &= (x - (y + 1))(x + (2y - 1)) \\ &= (x - y - 1)(x + 2y - 1) \end{aligned}$$

12. 다음 중 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 의 인수인 것은?

- ① $2x + y - 2$ ② $2x - y + 2$ ③ $x - y + 1$
④ $x + y - 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} &x \text{에 대한 내림차순으로 정리하면} \\ &2x^2 - (y+4)x - y^2 + y + 2 \\ &= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2) \\ &= (2x + (y-2))(x - (y+1)) \\ &= (2x + y - 2)(x - y - 1) \end{aligned}$$

13. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

- ① $x + 2y + 1$ ② $x + y - 3$ ③ $2x + 3y + 2$
④ $x + y - 2$ ⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

14. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x+ay+b)(2x+cy+d)$ 이다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y+5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y+5)x - (y-2)(3y+1) \\ &= \boxed{(x-(y-2))\boxed{2x+(3y+1)}} \\ &= (x-y+2)(2x+3y+1) \\ \therefore & a = -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

15. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$ ② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$
③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$ ④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$
⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned}3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\= (3x - (y + 3))(x + y + 1) \\= (x + y + 1)(3x - y - 3)\end{aligned}$$

16. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

- ① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$ ② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$
③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$ ④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$
⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\&= \boxed{(2x + (y - 2))(x - (y + 1))} \\&= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

17. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 을 바르게 인수분해 한 것을 찾으면?

- ① $(x^2 + 1)(x + 3)(x + 1)$ ② $(x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$
③ $(x^2 + 1)(x - 3)(x - 1)$ ④ $(x^2 - 3)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 3)(x - 1)(x + 1)$

해설

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \text{ 라 하면}$$

$$f(1) = 0, f(3) = 0 \text{ 이므로}$$

$f(x)$ 은 $x - 1, x + 3$ 로 나누어떨어진다.

$$\therefore f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \\ = (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$$

18. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0$ 을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $\angle B = 120^\circ$ 인 둔각삼각형 ② 직각삼각형
③ $\angle B = 150^\circ$ 인 둔각삼각형 ④ 이등변삼각형
⑤ $\angle A = 35^\circ$ 인 예각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b-c) + a(c+b)(c-b) + bc(b-c) \\ &= (b-c) \{ a^2 + (c+b)a + bc \} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c) \\ &\therefore b = c (\because a+b \neq 0, a+c \neq 0) \end{aligned}$$

19. 삼각형의 세 변의 길이 a , b , c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형
③ 정삼각형 ④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= ab + bc + ca \text{에서} \\ a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca &= 0 \\ \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) &= 0 \\ \frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} &= 0 \end{aligned}$$

a , b , c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

20. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $a^5 + b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 244

해설

$$\begin{aligned} a + b &= 4, a^2 + b^2 = 10 \\ ab &= \frac{1}{2}[(a + b)^2 - (a^2 + b^2)] = 3 \\ a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28 \\ \therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a + b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244 \end{aligned}$$

21. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y \\ &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ & p = -1, q = 1, r = 1 \\ \therefore & p^2 + q^2 + r^2 = 3 \end{aligned}$$

22. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned}(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + a \\ = (x+1)(x+7)(x+3)(x+5) + a\end{aligned}$$

$$= (x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) + a$$

$$x^2 + 8x = A \text{로 놓으면}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15) + a \\ &= A^2 + 22A + 105 + a \\ &= (A+11)^2 - 16 + a\end{aligned}$$

따라서, $a = 16$ 일 때 이차식 $x^2 + 8x + 11$ 의 완전제곱식이 된다.

23. $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다.
○] 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\∴ a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

24. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1 일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

세 수를 x, y, z 라 하면 주어진 조건으로부터

$$x + y + z = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \dots\dots \textcircled{2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \dots\dots \textcircled{3}$$

$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ 이므로

①, ③에서 $0^2 = 1 + 2(xy + yz + zx)$

$$\therefore xy + yz + zx = -\frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$3xyz = 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xyz = -\frac{1}{3}$$

$$\text{또, } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

①에서 $x + y + z = 0$ 이므로

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

25. $x^4 + 4y^4 = (x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2)$ 을 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{(11^4 + 324)(23^4 + 324)(35^4 + 324)(47^4 + 324)}{(5^4 + 324)(17^4 + 324)(29^4 + 324)(41^4 + 324)}$$

- ① 192 ② 193 ③ 194 ④ 195 ⑤ 196

해설

$$\begin{aligned} x^4 + 4y^4 &= (x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) \\ &= \{(x-y)^2 + y^2\}\{(x+y)^2 + y^2\} \text{ 이므로}, \\ 324 &= 4 \times 3^4 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11^4 + 324 &= (11^2 - 2 \times 11 \times 3 + 2 \times 3^2)(11^2 + 2 \times 11 \times 3 + 2 \times 3^2) \\ &= \{(11-3)^2 + 3^2\}\{(11+3)^2 + 3^2\} \\ &= (8^2 + 3^2)(14^2 + 3^2) \end{aligned}$$

따라서 차례대로 모두 정리해 보면 주어진 식은

$$\frac{\{(8^2 + 3^2)(14^2 + 3^2)\}\{(20^2 + 3^2)(26^2 + 3^2)\}}{\{(2^2 + 3^2)(8^2 + 3^2)\}\{(14^2 + 3^2)(20^2 + 3^2)\}}$$

$$\frac{\{(32^2 + 3^2)(38^2 + 3^2)\}\{(44^2 + 3^2)(50^2 + 3^2)\}}{\{(26^2 + 3^2)(32^2 + 3^2)\}\{(38^2 + 3^2)(44^2 + 3^2)\}}$$

$$= \frac{50^2 + 3^2}{2^2 + 3^2} = \frac{2509}{13} = 193$$

26. $a - b = 3$, $b - c = 1$ 일 때, $ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$ 의 값은?

- ① -14 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{1}, \quad b - c = 1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \Rightarrow a - c = 4$$

$$\therefore ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$$

$$= ab(b - a) + c^2(b - a) - c(b^2 - a^2)$$

$$= ab(b - a) + (b - a)(c^2 - c(b + a))$$

$$= (b - a)(ab + c^2 - bc - ca)$$

$$= (b - a)[a(b - c) + c(c - b)]$$

$$= (b - a)(b - c)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

$$= 3 \times 1 \times (-4) = -12$$

27. 두 다항식 A , B 에 대하여 $(A, B) = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $(x^2 + 1, 2x^2 - 3) - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

- ① $x - \sqrt{2}$ ② $x - 1$ ③ x
④ $x + 1$ ⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + 1, 2x^2 - 3) - 7 \\ &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\ &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\ &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\ &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

28. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{1}{(x-1)(x-2) \times \cdots \times (x-2007)} \\ = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{2007}}{x-2007}$$

이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007}$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 1997

④ 0

⑤ -1997

해설

우변을 통분하면

$$\frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007})x^{2006} + \cdots}{(x-1)(x-2) \times \cdots \times (x-2007)}$$

$$= \frac{1}{(x-1)(x-2) \times \cdots \times (x-2007)}$$

주어진 등식은 항등식이므로 분자의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007} = 0$$

29. 10차 다항식 $P(x) \ni P(k) = \frac{k}{k+1}$ (단, $k = 0, 1, 2, \dots, 10$) 을 만족
시킬 때, $P(11)$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} P(k) &= \frac{k}{k+1} \Rightarrow (k+1)P(k) - k = 0 \\ f(x) &= (x+1)P(x) - x \text{ 라 하면} \\ f(x) &\stackrel{\text{def}}{=} f(0) = f(1) = f(2) = \dots \\ &= f(10) = 0 \text{ 인 다항식이다.} \\ \therefore f(x) &= ax(x-1)(x-2)\cdots(x-10) \\ \text{丕, } f(-1) &= 1 = a(-1)(-2)\cdots(-11) \\ &= -a \cdot 11! \quad (11! = 1 \times 2 \times \cdots \times 11) \\ \therefore a &= -\frac{1}{11!} \\ f(11) &= 12P(11) - 11 \\ &= -\frac{1}{11!} \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdots \cdot 1 = -1 \\ \therefore P(11) &= \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

30. $-a^2(b - c) - b^2(c - a) - c^2(a - b)$ 을 인수분해했을 때, 각 인수들의 합이 될 수 없는 것은?

- ① $a + b$ ② $2a - 2b$ ③ $2b - 2a$
④ $2b - 2c$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} &a \text{에 대한 내림차순으로 정리한다.} \\ &-a^2(b - c) - b^2(c - a) - c^2(a - b) \\ &= (c - b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc^2 - b^2c \\ &= (c - b)a^2 - (c - b)(c + b)a + bc(c - b) \\ &= (c - b)\{a^2 - (c + b)a + bc\} \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \cdots \textcircled{\text{①}} \\ &= (a - b)(b - c)(c - a) \cdots \textcircled{\text{②}} \\ &= (b - c)(b - a)(a - c) \cdots \textcircled{\text{③}} \\ &= (c - a)(b - c)(b - a) \cdots \textcircled{\text{④}} \end{aligned}$$

①식 : 세항을 모두 더하면 $2a - 2b$

②식 : 세항을 모두 더하면 0

③식 : 세항을 모두 더하면 $2b - 2c$

④식 : 세항을 모두 더하면 $2b - 2a$