1. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식 $f(x), g(x)$ 의 곱이 $x^3 + x^2 - 5x + 3$ 이고, 최소공배수가 $x^2 + 2x - 3$ 일 때, $f(2) + g(2)$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$f(x)g(x) = (x-1)^2(x+3)$,

$L = (x-1)(x+3)$ 이므로

$f(x) = (x-1),\ g(x) = (x-1)(x+3)$

(또는 그 반대일 수 있으나 문제 의도상 상관없음)

$\therefore\ f(2) + g(2) = 1 + 5 = 6$

2. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$[x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y]$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^3-y^3+x^2y-xy^2+2x^2-2y^2+x-y$$
$$=(x-y)(x^2+xy+y^2)+xy(x-y)+2(x+y)(x-y)+(x-y)$$
$$=(x-y)\{(x+y)^2+2(x+y)+1\}$$
$$=(x-y)(x+y+1)^2$$
$$p=-1, q=1, r=1$$
$$\therefore\ p^2+q^2+r^2=3$$

3. 세 양수 $a,\ b,\ c$가 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시킬 때 $a,\ b,\ c$를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$이라고 한다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$에서

$a>0,\ b>0,\ c>0$이므로 $a+b+c\neq 0$

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\therefore\ \dfrac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore\ a=b=c$ ($\because a,\ b,\ c$는 실수)

따라서 $a,\ b,\ c$를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그 넓이가 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$,

$a^2=1$

$\therefore\ a=b=c=1$

$\therefore\ a+b+c=3$

4. 세 개의 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $[a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]+[b,\ c,\ a]+[c,\ a,\ b]=0$이면 $[a,\ b,\ c]$의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$(a-b)(a-c)+(b-c)(b-a)+(c-a)(c-b)=0$

전개하여 정리하면 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

$\therefore\ a=b=c$

$\therefore\ [a,\ b,\ c]=(a-b)(a-c)=0$

5. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 + px + q$를 다항식 $g(x) = -x^3 + 2x + q$로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$라 하고, $g(x)$ 와 $R(x)$가 $x-1$만을 공통인수로 가질 때, $f(-1)+g(2)$의 값을 구하면?

① -5　② -4　③ -3　④ -2　⑤ -1

해설

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$에서

$f(x)$ 와 $g(x)$ 의 최대공약수는 $g(x)$와 $R(x)$ 의 최대공약수

$g(x)$ 와 $R(x)$ 의 공통인수가 $x-1$ 이므로

$g(x)$ 와 $R(x)$ 의 최대공약수가 $x-1$

$\therefore f(x)$와 $g(x)$의 최대공약수가 $x-1$이다.

$f(1) = 3 + p + q = 0 \quad \therefore\ p + q = -3$

$g(1) = 1 + q = 0 \quad \therefore\ q = -1 \quad \therefore\ p = -2$

$\therefore\ f(x) = x^3+2x^2-2x-1,\ g(x) = -x^3+2x-1 \therefore\ f(-1)+g(2) = 2-5 = -3$