1. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
$x^2 = t$ 로 놓으면
$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$
$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
$\therefore\ x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
$\therefore\ x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

2. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3+3x^2-x-3=0,\ x^3+2x^2-x-2=0,$$
$$x^3-4x^2+5x-2=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

해설

제 1 식에서 $(x-1)(x+1)(x+3)=0$

$\therefore\ x=1,\ -1,\ -3$

제 2 식에서 $(x-1)(x+1)(x+2)=0$

$\therefore\ x=1,\ -1,\ -2$

제 3 식에서 $(x-1)^2(x-2)=0$

$\therefore\ 1,\ 2$

$\therefore$ 공통근 : $x=1$

3. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

4. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$ 에서
$x^2 - 2x = t$ 로 놓으면
$t(t - 2) - 3 = 0$,
$t^2 - 2t - 3 = 0$
$(t - 3)(t + 1) = 0$
$\therefore\ t = 3$ 또는 $t = -1$
(i) $t = 3$, 즉 $x^2 - 2x = 3$ 일 때
$x^2 - 2x - 3 = 0$
$(x - 3)(x + 1) = 0$
$\therefore\ x = -1$ 또는 $x = 3$
(ii) $t = -1$, 즉 $x^2 - 2x = -1$ 일 때
$x^2 - 2x + 1 = 0$
$(x - 1)^2 = 0$
$\therefore\ x = 1$ (중근)
따라서, $-1 \times 3 \times 1 = -3$

5. 방정식 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $x = 3$

해설

$f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 11 \times 1 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1$ 을 인수로 갖는다.

따라서 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 몫을 다음 조립제법으로 구한다.

1	1	−6	11	−6
		1	−5	6
	1	−4	5	0

$\therefore\ f(x) = (x-1)(x^2 - 5x + 6) = (x-1)(x-2)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$