

1. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.

그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.

$\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

2. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

3. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는

$2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

4. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 일 때, 100 이하의 두 자연수의 공배수 중 가장 큰 것은?

① 18 ② 36 ③ 54 ④ 72 ⑤ 90

해설

두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
어떤 두 자연수의 최소공배수가 18 이므로 A, B 의 공배수는 18, 36, 54, 72, 90... 이다.
100 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 90 이다.

5. 120보다 작은 7의 배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 17개

해설

$$120 \div 7 = 17.14 \dots$$

$$\text{즉, } 7 \times 1 = 7, 7 \times 2 = 14, \dots, 7 \times 17 = 119$$

6. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

7. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12 = 5 + 7$

② $14 = 3 + 11$

③ $16 = 5 + 11$

④ $18 = 7 + 11$

⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

8. 28 에 가능한 한 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$28 \times a = b^2 \text{ 에서}$$

$$28 = 2^2 \times 7$$

$$a = 7$$

$$2^2 \times 7 \times 7 = b^2$$

$$2^2 \times 7^2 = b^2$$

$$b = 2 \times 7 = 14$$

9. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.
④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

10. 108과 144의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $144 = 2^4 \times 3^2$ 이므로
최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이다.
 $\therefore$ 최대공약수의 약수 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$

11. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
-
- ① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루
④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,
 $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$
세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

12. 어떤 상점의 네온사인 A 는 10 초 동안 켜져 있다가 2 초 동안 꺼지고, B 는 12 초 동안 켜져 있다가 3 초 동안 꺼지며, C 는 14 초 동안 켜져 있다가 4 초 동안 꺼진다. 이 세 네온사인을 동시에 켜었을 때, 처음으로 다시 동시에 켜지는 데는 몇 초가 걸리겠는가?

- ① 90 초 ② 180 초 ③ 210 초
④ 360 초 ⑤ 420 초

해설

$A : 12 = 2^2 \times 3$, $B : 15 = 3 \times 5$, $C : 18 = 2 \times 3^2$
12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.
∴ 180 초 후에 네온사인 A, B, C 가 다시 동시에 켜진다.

13. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(\text{어떤 수}) \times 32 = 8 \times 96$$

$$(\text{어떤 수}) = 24$$

14. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$50 = 2^a \times 5^b$ 약수의 개수 : $(a + 1) \times (b + 1) = c$ (개)

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

15. 세 자연수의 비가 $2:3:5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

16. 어떤 공장의 한 기계에 세 톱니바퀴 A, B, C 가 서로 맞물려 있다. 톱니바퀴 A, B, C 의 톱니 수는 각각 24, 18, 36 개이다. 이때, 세 톱니바퀴가 회전하여 다시 원위치에 오는 세 톱니바퀴의 회전수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

24 와 18, 36 의 최소공배수에 처음으로 다시 맞물린다.

$$24 = 2^3 \times 3, 18 = 2 \times 3^2, 36 = 2^2 \times 3^2$$

최소공배수는 $2^3 \times 3^2 = 72$

톱니바퀴 A 는 $72 \div 24 = 3(\text{바퀴}) = a$

톱니바퀴 B 는 $72 \div 18 = 4(\text{바퀴}) = b$

톱니바퀴 C 는 $72 \div 36 = 2(\text{바퀴}) = c$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 2 = 9$$

17. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는

$24n + 5 (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.

$\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

18. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 12

해설

최대공약수가 $d \times 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
 $a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$
 $\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

19. 자연수 160 에 n 을 곱하면 자연수의 제곱이 된다고 한다. 이 때, n 이 될 수 있는 모든 수의 합을 구하여라.(단, n 은 50 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$160 \times n = 2^5 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2 \times 5$
따라서 n 이 될 수 있는 50 미만의 수는
 $2 \times 5 = 10$
 $2 \times 5 \times 2^2 = 40$
 $\therefore 10, 40$
 $\therefore 10 + 40 = 50$

20. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.