

1. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x < -1$
 $-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$

(ii) $-1 \leq x < 1$
 $x+1 - (x-1) \geq 4$
 $2 \geq 4$ (성립 안함)

(iii) $x \geq 1$
 $x+1 + x-1 \geq 4$
 $x \geq 2$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore a+b = 0$

2. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$2x - a < -7$ 또는 $2x - a > 7$

$\therefore x < \frac{a-7}{2}$ 또는 $x > \frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$\frac{a-7}{2} = -1, \frac{a+7}{2} = b$

$\therefore a = 5, b = 6$

$\therefore a + b = 11$

3. 부등식 $2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 의 해가 $a\leq x\leq b$ 일 때, 실수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

i) $x < -2$ 일 때
 $-2(x+2) - (x-1) \leq 6$
 $-3x-3 \leq 6, x \geq -3$
 $\therefore -3 \leq x < -2$
ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때
 $2(x+2) - (x-1) \leq 6$
 $2x+4-x+1 \leq 6, x \leq 1$
 $\therefore -2 \leq x < 1$
iii) $x \geq 1$ 일 때
 $2(x+2) + (x-1) \leq 6$
 $2x+x+4-1 \leq 6, x \leq 1$
 $\therefore x = 1$
i) + ii) + iii)에서
 $-3 \leq x \leq 1$
 $\therefore a = -3, b = 1$
 $\therefore ab = -3$

4. 부등식 $|x|+|x-2|\leq 3$ 을 풀면 $m\leq x\leq n$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$-x-x+2-3\leq 0$$

$$-2x\leq 1$$

$$\therefore -\frac{1}{2}\leq x < 0$$

ii) $0\leq x < 2$ 일 때

$$x-x+2\leq 3$$

$$\therefore 0\leq x < 2$$

iii) $x\geq 2$ 일 때

$$2x-2\leq 3$$

$$2x\leq 5$$

$$\therefore 2\leq x\leq \frac{5}{2}$$

i), ii), iii)에서 $-\frac{1}{2}\leq x\leq \frac{5}{2}$

$$\therefore m=-\frac{1}{2}, n=\frac{5}{2}, m+n=2$$

5. 일차부등식 $|x+1|+|x-3|<6$ 을 만족하는 x 의 최대 정수의 값은?

① 6

② 5

③ 3

④ 4

⑤ 2

해설

i) $x < -1$ 일 때 $-(x+1)-(x-3) < 6, -2x < 4 \therefore x > -2$
공통부분은 $-2 < x < -1$
ii) $-1 \leq x \leq 3$ 일 때 $x+1-(x-3) < 6 \therefore 4 < 6$
 $-1 \leq x \leq 3$ 은 성립
iii) $x \geq 3$ 일 때 $x+1+x-3 < 6, 2x < 8 \therefore x < 4$
공통부분은 $3 \leq x < 4$
세 경우를 합하면 $-2 < x < 4$
 $\therefore x$ 의 최대정수 : 3

6. 부등식 $2|x-3| \leq x$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

(i) $x < 3$ 일 때
 $2(-x+3) \leq x, \quad -3x \leq -6 \quad \therefore x \geq 2$
그런데 $x < 3$ 이므로 $2 \leq x < 3$
(ii) $x \geq 3$ 일 때
 $2(x-3) \leq x \quad \therefore x \leq 6$
그런데 $x \geq 3$ 이므로 $3 \leq x \leq 6$
(i), (ii)에서 $2 \leq x \leq 6$
 $\therefore$ 정수의 개수는 $6-2+1=5$ (개)

7. 부등식 $|x - 1| \leq 3x - 1$ 의 해를 바르게 구한 것은?

① $x > 0$

② $x \geq 0$

③ $x \geq \frac{1}{2}$

④ $x \geq 1$

⑤ $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$x - 1 \leq 3x - 1, 2x \geq 0$ 이므로 $x \geq 0 \therefore$ 조건과의 공통범위는 $x \geq 1$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$-(x - 1) \leq 3x - 1, 4x \geq 2, x \geq \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 조건과의 공통범위는 $\frac{1}{2} \leq x < 1$

(i), (ii)에서 $x \geq \frac{1}{2}$

8. 부등식 $|x - 1| < 2x - 3$ 을 풀면?

- ① $x > 2$ ② $x \geq 2$ ③ $x < 3$ ④ $x \leq 3$ ⑤ $x \leq 2$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때 $x - 1 < 2x - 3 \therefore x > 2$

(ii) $x < 1$ 일 때 $-x + 1 < 2x - 3 \therefore x > \frac{4}{3}$ $x < 1$ 이므로 부적합

(i), (ii) 에서 $x > 2$

9. 부등식 $|-x+3|+|2x-3|\leq 6$ 의 해가 $\alpha\geq x\geq\beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

① -4

② 0

③ 6

④ 12

⑤ 16

해설

$$|-x+3|+|2x-3|\leq 6$$

$$\text{i) } x\leq \frac{3}{2}$$

$$-x+3-2x+3\leq 6, \quad x\geq 0$$

$$\therefore 0\leq x\leq \frac{3}{2}$$

$$\text{ii) } \frac{3}{2}<x\leq 3$$

$$-x+3+2x-3\leq 6, \quad x\leq 6$$

$$\therefore \frac{3}{2}<x\leq 3$$

$$\text{iii) } x>3$$

$$x-3+2x-3\leq 6, \quad x\leq 4$$

$$\therefore 3<x\leq 4$$

$$\therefore 0\leq x\leq 4, \quad \alpha\beta=0$$

10. 부등식 $|x - k| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$|x - k| \leq 3$ 에서 $-3 \leq x - k \leq 3$,
 $-3 + k \leq x \leq 3 + k$
따라서 x 의 최댓값은 $3 + k$,
최솟값은 $-3 + k$ 이므로
 $(-3 + k)(3 + k) = 9$
 $k^2 - 9 = 9$
 $k^2 = 18 \quad \therefore k = \pm 3\sqrt{2}$
 k 는 양수이므로 $3\sqrt{2}$