

1. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$-\frac{2}{3}, \quad \pi + 1, \quad 0, \quad 1.5\dot{2}, \quad \frac{3}{10}, \quad 0.010010001\dots$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

유리수 : $-\frac{2}{3}, 0, 1.5\dot{2}, \frac{3}{10}$

2. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것을 모두 고르면?

㉠ $\frac{1}{256}$

㉡ $-3.141592\dots$

㉢ $0.3151515\dots$

㉣ $\frac{6}{36}$

㉤ $-\frac{555}{50}$

㉥ $\frac{17}{2 \times 5 \times 7}$

㉦ $\frac{21}{2 \times 5 \times 7}$

㉧ $-\frac{99}{2 \times 3^2 \times 11}$

① ㉠, ㉢

② ㉦, ㉧

③ ㉢, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉤, ㉥, ㉧

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.

㉠ 유한소수

㉡ 순환하지 않는 무한소수

㉢ 순환소수

㉣ 순환소수

㉤ 유한소수

㉥ 순환소수

㉦ 유한소수

㉧ 유한소수

3. $\frac{a}{48}$, $\frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$$

$$\frac{a}{112} = \frac{a}{2^4 \times 7}$$

유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

4. 자연수 x 에 대하여 분수 $\frac{8}{45x}$ 을 소수로 나타내면 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 된다. 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$\frac{8}{45x}$ 이 소수점 아래 넷째 자리부터 순환마디가 시작되려면 분모가 9000 이 되어야 한다.

$$\frac{8}{45x} = \frac{8}{9000} = \frac{1}{1125} = 0.000\dot{8}$$

따라서 x 의 최솟값은 25

5. 다음 순환소수 중 0.2 와 같은 것은?

① $0.1\dot{5}$

② $0.\dot{2}$

③ $0.1\dot{9}$

④ $0.\dot{1}9$

⑤ $0.\dot{2}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{3} \ 0.1\dot{9} = \frac{19 - 1}{90} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5} = 0.2$$

6. $4 - 1.2\dot{6}\dot{5}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50 번째 자리 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$4 = 3.\dot{9}$ 이므로

$$4 - 1.2\dot{6}\dot{5} = 2.7343434\cdots = 2.7\dot{3}\dot{4}$$

즉, $4 - 1.2\dot{6}\dot{5}$ 는 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자 7 과 순환마디 2 개로 이루어져 있다.

따라서 순환마디가 아닌 첫 번째를 제외하면 50 번째 자리의 숫자는 순환되는 부분의 49 번째 숫자와 같다.

따라서 50 번째 자리 숫자는 3 이다.

7. 다음은 순환소수 $0.7\dot{5}8$ 을 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

순환소수 $0.7\dot{5}8$ 을 x 로 놓으면

$$x = 0.75858\cdots$$

$$\begin{array}{r} \boxed{}x = 758.5858\cdots \\ -) \boxed{}x = 7.5858\cdots \\ \hline \boxed{}x = 751 \end{array}$$

따라서 $x = \frac{751}{990}$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 990

해설

순환소수 $0.7\dot{5}8$ 을 x 로 놓으면

$$x = 0.75858\cdots$$

$$\begin{array}{r} 1000x = 758.5858\cdots \\ -) 10x = 7.5858\cdots \\ \hline 990x = 751 \end{array}$$

따라서 $x = \frac{751}{990}$ 이다.

8. 다음 순환소수를 분수로 나타내는 방법이 바르게 된 것은?

$$\textcircled{1} \quad 0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{990}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.1\dot{3}\dot{5} = \frac{135}{990}$$

$$\textcircled{3} \quad 2.\dot{3}\dot{9} = \frac{239 - 2}{990}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$$

$$\textcircled{5} \quad 1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235 - 1}{9990}$$

해설

$$\textcircled{1} \quad 0.\dot{2}3\dot{4} = \frac{234}{999}$$

$$\textcircled{2} \quad 0.1\dot{3}\dot{5} = \frac{135 - 1}{990}$$

$$\textcircled{3} \quad 2.\dot{3}\dot{9} = \frac{239 - 2}{99}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{5}0\dot{2} = \frac{502}{999}$$

$$\textcircled{5} \quad 1.\dot{2}3\dot{5} = \frac{1235 - 1}{999}$$

9. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 세 번째에 해당하는 것은?

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2$

③ $0.\dot{3}742$

④ $0.3\dot{7}4\dot{2}$

⑤ $0.374\dot{2}$

해설

① 0.3742

② $0.37\dot{4}2 = 0.374242\cdots$

③ $0.\dot{3}742 = 0.37423742\cdots$

④ $0.3\dot{7}4\dot{2} = 0.3742742\cdots$

⑤ $0.374\dot{2} = 0.374222\cdots$

이므로 ① < ⑤ < ③ < ② < ④이다.

10. 부등식 $\frac{7}{10} < x \leq 1.\dot{9}$ 을 만족시키는 정수 x 의 갯수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$1.\dot{9} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{7}{10} < x \leq 2$$

$$\therefore x = 1, 2$$

즉, 2개

11. $A + 0.\dot{2} = \frac{1}{3}$ 일 때, A 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $0.\dot{1}$

② $0.\dot{2}$

③ $0.\dot{3}$

④ $0.\dot{4}$

⑤ $0.\dot{5}$

해설

$$A + 0.\dot{2} = A + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}, \quad A = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9} = 0.\dot{1}$$

12. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 은우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{0}0\dot{1}$ 이 되었고, 성재는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{0}\dot{2}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{1}{90}$

② $\frac{1}{99}$

③ $\frac{1}{999}$

④ $\frac{101}{990}$

⑤ $\frac{101}{999}$

해설

은우 : $0.\dot{0}0\dot{1} = \frac{1}{999}$,

성재 : $0.1\dot{0}\dot{2} = \frac{102 - 1}{990} = \frac{101}{990}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{성재가 본 분자})}{(\text{은우가 본 분모})} = \frac{101}{999} = A$ 이다.

13. $2^{15} = 8^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{15} = (2^3)^x = 2^{3x}$$

$$3x = 15$$

$$\therefore x = 5$$

14. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

$$\frac{a}{b} = 2^{3x-3y} = 2^{3(x-y)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

15. $a^6 \div (a^{\square})^2 = a^2$ 일 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^6 \div a^{2\square} = a^2 \text{ 이므로 } 6 - 2\square = 2$$

$$\therefore \square = 2$$

16. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.

따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

17. 다음 등식이 성립할 때, $x + y + z$ 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{a^3 b^y c^2}{2a^x} \right)^3 = za^6 b^{12} c^6$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{41}{8}$

해설

$$\frac{a^9 b^{3y} c^6}{8a^{3x}} = za^6 b^{12} c^6$$

$$z = \frac{1}{8}, y = 4, x = 1$$

$$x + y + z = \frac{41}{8}$$

18. $\left(-\frac{3x^ay^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$ 을 만족하는 양수 a, b, c, d 가 있을 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\left(-\frac{3x^ay^4}{bz^3}\right)^2 = \frac{9x^{2a}y^8}{b^2z^6} = \frac{9x^4y^c}{16z^d}$$

$$a = 2, b = 4, c = 8, d = 6$$

$$\therefore a + b + c + d = 20$$

19. $3^{2x+1} + 9^x = 324$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3^{2x+1} + 3^{2x} = 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 4 \cdot 3^{2x} = 324$$

$$3^{2x} = 81 = 3^4$$

$$\therefore x = 2$$

20. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{4606}{B^2}A^3$

② $\frac{4607}{B^2}A^3$

③ $\frac{4608}{B^2}A^3$

④ $\frac{4609}{B^2}A^3$

⑤ $\frac{4610}{B^2}A^3$

해설

$$A = 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A$$

$$B = 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{\frac{B^2}{3}} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2}\end{aligned}$$

21. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$$

$$\therefore n = 12$$

22. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$5^{100} < (x^2)^{100} < (4^3)^{100}$$

$$5 < x^2 < 4^3$$

따라서 만족하는 자연수는 3, 4, 5, 6, 7로 5 개 이다.

23. $-3x^2y \div (2xy^a)^2 \times \left(\frac{xy}{3}\right)^b = -\frac{x^2}{12y}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= -3x^2y \div 4x^2y^{2a} \times \frac{x^by^b}{3^b} \\
 &= -3^{1-b} \cdot 4^{-1}x^{2-2+b} \cdot y^{1-2a+b} \\
 &= -\frac{x^2}{12y} \\
 &= -4^{-1} \cdot 3^{-1}x^2y^{-1}
 \end{aligned}$$

$$\therefore 1 - b = -1$$

$$b = 2$$

$$1 - 2a + b = 1 - 2a + 2 = -1$$

$$a = 2$$

$$\therefore a + b = 4$$

24. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 $3a^2b$ 이고, 부피가 $18a^6b^3\pi$ 일 때, 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a^2b$

해설

$$18a^6b^3\pi \div (3a^2b)^2\pi = 18a^6b^3\pi \div 9a^4b^2\pi = 2a^2b$$