

1. $3(4x + 5\pi) = P$ 일 때, $6(8x + 10\pi)$ 는?

① $2P$

② $4P$

③ $6P$

④ $8P$

⑤ $18P$

해설

$$6(8x + 10\pi) = 6 \cdot 2(4x + 5\pi) = 4 \cdot 3(4x + 5\pi) = 4P$$

2. $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$

② $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$

③ $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$

④ $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

⑤ $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\&= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\&= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$

$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉, $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

4. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \text{□} = (x+2)^2$$

5. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2 + x + 1, 1$

② $x^2 + x + 1, 2$

③ $2x^2 + 2x + 2, 1$

④ $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$
$$= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$$

이므로

$\frac{1}{2}$		2	1	1	1
			1	1	1
		2	2	2	2

$$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$$

6. $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

7. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75

② 125

③ 900

④ 1000

⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned}125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\&= 200 \times 50 = 10000\end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$

$$(\text{준 식}) = 10000 \div 10 = 1000$$

8. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

① $k^2 + k$

② $k^2 - 1$

③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$

⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

9. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3

② ab^2c^4

③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$

⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서

공통인수는 a, b, c 이고

차수가 낮은 것은 각각 a , b^2 , c^4 이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

10. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

11. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$\therefore$ 상수항은 -1

12. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

13. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$

② $c - a$

③ $b + c$

④ $a - b$

⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned}a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\&= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\&= (a - b)(a + b)(a + c)\end{aligned}$$

14. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x - 2$

③ $x - 3$

④ $x + 1$

⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

15. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$ 를 계산하여라.

① $x^2 + 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^2 + 2$

④ $x^2 - 2$

⑤ $x^2 + 3$

해설

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$\therefore (\text{준식}) = x^2 + 1$$

16. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준 식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2-3A+9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

17. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

18. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \end{aligned}$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

19. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

20. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,

$x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$

따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.

즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.

즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫

$Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$$

$$\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$$

21. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

22. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개

② 12개

③ 16개

④ 24개

⑤ 32개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3+1)(3+1) = 16$$

23. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$ 와 $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 두 다항식은 $(x - 1)$ 로 나누어 떨어지므로, $(x - 1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
- ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
- ③ $4(x - 1)^3(x + 2)^2(x^2 + x + 1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
- ④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x - 1)$ 이다.
- ⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x + 2)(x - 1)^2(x^2 + x + 1)$ 이다.

해설

$$2x^2 + 2x - 4 = 2(x - 1)(x + 2)$$

$$4x^3 - 4 = 4(x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$\text{최대공약수} : 2(x - 1)$$

$$\text{최소공배수} : 4(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 1)$$

24. 두 다항식 $x^3 + 1$, $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 의 최대공약수를 구하면?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x - 1$

⑤ $x - 2$

해설

$$x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

따라서 최대공약수는 $x + 1$

25. 세 개의 다항식 $x^3 + ax + b$, $x^3 + cx^2 + a$, $cx^2 + bx + 4$, 의 공약수 중 하나가 $x - 1$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots \textcircled{\text{E}}$$

$$\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\text{L}} + \textcircled{\text{E}} \text{에서 } 2(a + b + c) + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -3$$

26. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

27. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로

$x^2 + ax + b$ 와 $x^2 + 3bx + 2a$ 는

모두 $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.

$\therefore 1 + a + b = 0$ 이고 $1 + 3b + 2a = 0$

따라서, $a = -2$, $b = 1$

$\therefore a + b = -1$

28. $(x^2 + x)(x^2 + x - 8) + 12$ 를 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 될 수 없는 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x - 2$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

$x^2 + x = A$ 로 놓으면 주어진 식은

$$A(A - 8) + 12 = A^2 - 8A + 12$$

$$= (A - 2)(A - 6)$$

$$\therefore (\text{준식}) = (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x - 2)(x + 3)$$

29. $16x^4 - 625y^4$ 을 옳게 인수분해한 것은?

① $(x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

② $(2x + y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

③ $(2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

④ $(x + 5y)(x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

⑤ $(2x + 5y)(x - y)(4x^2 + 25y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (4x^2)^2 - (25y^2)^2 \\&= (4x^2 + 25y^2)(4x^2 - 25y^2) \\&= (2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)\end{aligned}$$

30. $x^4 - 23x^2y^2 + y^4$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

② $(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$

③ $(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

④ $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$

⑤ $(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 25x^2y^2 \\&= (x^2 + y^2)^2 - (5xy)^2 \\&= (x^2 + y^2 + 5xy)(x^2 + y^2 - 5xy) \\&= (x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)\end{aligned}$$

31. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

32. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$(x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수($x \neq y \neq z$)이므로

$$x + y + z = 0$$

33. 두 다항식 $A = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$, $B = x^2 - (k+2)x + 2k$ 의 최소공배수가 $(x+\alpha)^2(x+\beta)^2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

① 2

② -2

③ 3

④ -3

⑤ -5

해설

$$A = (x+3)^2(x-2), B = (x-2)(x-k)$$

따라서 A, B 의 최소공배수 L 은

$$(x+3)^2(x-2)(x-k)$$

이것이 $(x+\alpha)^2(x+\beta)^2$ 의 꼴이 되려면

$$x-2 = x-k$$

$$\therefore k = 2$$

34. 두 상수 a 와 b 에 대하여 다음 두 다항식의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

$$x^2 + ax - 6, \quad x^2 - ax + b$$

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

왼쪽의 식 $f(2) = 4 + 2a - 6 = 0 \therefore a = 1$

오른쪽의 식 $g(2) = 4 - 2a + b = 0$ 에서

$a = 1$ 이므로 $b = -2$

$\therefore a + b = 1 + (-2) = -1$

35. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x - 1$ 이고 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합은?

① $2x^2 - 2x$

② $2x^2 + 2x$

③ $2x^2 + x$

④ $2x^2 - 2$

⑤ $2x^2 + 4$

해설

$$A = Ga, \quad B = Gb(a, b \text{는 서로소}), \quad L = Gab$$

$$\therefore G = (x - 1), \quad L = (x - 1)x(x + 2)$$

$$\begin{aligned} A + B &= G(a + b) = (x - 1)(x + x + 2) \\ &= (x - 1)(2x + 2) \\ &= 2(x^2 - 1) \end{aligned}$$

36. 이차항의 계수가 1인 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 3x - 2$ 일 때, $A + B$ 를 구하면?

① $(x - 1)(x + 1)$

② $(x - 1)(2x + 1)$

③ $(x - 1)(2x - 1)$

④ $(x + 1)(2x - 1)$

⑤ $(x + 1)(2x + 1)$

해설

$$A = Ga, \quad B = Gb(a, b \text{는 서로소}), \quad L = Gab$$

$$L = x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x + 1)(x - 2)(x + 1)$$

$$A + B = (x + 1)(x + 1) + (x + 1)(x - 2)$$

$$= (x + 1)(x + 1 + x - 2) = (x + 1)(2x - 1)$$

37. 두 이차 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 의 최대공약수가 $x + 2$, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 일 때, $f(x) + g(x)$ 를 구하면?

① $2x^2 + 5x + 2$

② $2x^2 + 3x - 2$

③ $2x^2 + 4x$

④ $2x^2 + 2x - 4$

⑤ $2x^2 + 6x + 4$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

$$f(x) = (x + 1)(x + 2), g(x) = (x - 1)(x + 2) \text{ 또는 } f(x) = (x - 1)(x + 2), g(x) = (x + 1)(x + 2)$$

$$\begin{aligned} f(x) + g(x) &= x^2 + 3x + 2 + x^2 + x - 2 \\ &= 2x^2 + 4x \end{aligned}$$

38. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x - 1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2 - 2$

② $2x^2 + x + 1$

③ $2x^2 + x - 1$

④ $2x^2 + x + 2$

⑤ $2x^2 + x - 2$

해설

최소공배수 : $x^3 + x^2 - 2x = x(x - 1)(x + 2)$

최대공약수 : $(x - 1)$

따라서 두 다항식은 $x^2 - x$, $x^2 + x - 2$

$\therefore 2x^2 - 2$

39. 두 이차식의 합이 $2x^2 - x - 6$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$ 일 때, 두 이차식의 최대공약수는?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x - 2$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

최대공약수는 합과 최소공배수의 공통인수

$$2x^2 - x - 6 = (x - 2)(2x + 3)$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x - 2)(x + 2)(x + 1)$$

40. 두 이차식의 $x^2 + ax + 2b$, $x^2 + bx + 2a$ 최대공약수가 일차식일 때 $a + b$ 의 값은?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ 9

해설

일차식은 최대공약수를 $x - \alpha$ 라 놓으면

두 다항식은 각각 $x - \alpha$ 로 나누어 떨어지므로

$$\alpha^2 + a\alpha + 2b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha^2 + b\alpha + 2a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 하면 } (a - b)\alpha - 2(a - b) = 0$$

$$\therefore (a - b)(\alpha - 2) = 0$$

$a = b$ 이면 두 다항식이 같게 되어 조건이 어긋난다.

따라서 $\alpha = 2$ 일 때 이 값을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$\therefore a + b = -2$$

41. 1999개의 다항식 $x^2 - 2x - 1, x^2 - 2x - 2, \dots, x^2 - 2x - 1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 43 개 ② 44 개 ③ 45 개 ④ 46 개 ⑤ 47 개

해설

$x^2 - 2x - n = (x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수)라 하면 ($1 \leq n \leq 1999$ 인 자연수)

$$ab = n, a = b - 2$$

$\therefore n = 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, 43 \cdot 45 (= 1935)$ 의 43 개

42. $a^2 - b^2 = 1$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

① 2

② $2(a+b)^n$

③ 4

④ $4(a+b)^n$

⑤ $4(a-b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$ 형태이므로

합차공식을 사용하여 정리하면

$$(\text{준식}) = 4(a+b)^n(a-b)^n = 4(a^2 - b^2)^n = 4$$

43. 다음 중 다항식 $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b$

② $b - c$

③ $c - a$

④ $a + b + c$

⑤ $a - b + c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^3(b-c) - a(b^3 - c^3) + bc(b^2 - c^2) \\&= (b-c)\{a^3 - a(b^2 + bc + c^2) + bc(b+c)\} \\&= (b-c)\{b^2(c-a) + b(c^2 - ca) - a(c^2 - a^2)\} \\&= (b-c)(c-a)(b^2 + bc - ac - a^2) \\&= (b-c)(c-a)\{c(b-a) + (b^2 - a^2)\} \\&= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)\end{aligned}$$

44. 다음 보기 중 $ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$

㉡ $b+c$

㉢ $a-c$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned} & ab(b-a) + ac(c-a) + bc(2a-b-c) \\ &= ab^2 - a^2b + ac^2 - a^2c + 2abc - b^2c - bc^2 \\ &= -(b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a - bc(b+c) \\ &= -(b+c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= -(b+c)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b+c)(c-a) \end{aligned}$$

45. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에 대하여 $(a^2 + b^2)c + (a + b)c^2 = (a + b)(a^2 + b^2) + c^3$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $b = c$ 인 이등변 삼각형

② a 가 빗변인 직각삼각형

③ $a = c$ 인 이등변 삼각형

④ c 가 빗변인 직각삼각형

⑤ 정삼각형

해설

준식을 c 에 관한 내림차순으로 정리하면

$$c^3 - (a + b)c^2 - (a^2 + b^2)c + (a + b)(a^2 + b^2) \text{에서}$$

$$c^2\{c - (a + b)\} - (a^2 + b^2)\{c - (a + b)\}$$

$$= \{c - (a + b)\}\{c^2 - (a^2 + b^2)\}$$

$$= (c - a - b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

a, b, c 는 삼각형의 세변이므로

$$c - a - b \neq 0 \text{이고 } c^2 - a^2 - b^2 = 0$$

즉 $c^2 = a^2 + b^2$ 이므로 c 가 빗변인 직각 삼각형이다.

46. 모든 모서리의 길이의 합이 60이고, 대각선의 길이가 $\sqrt{77}$ 인 직육면체의 겉넓이는?

① 88

② 100

③ 124

④ 148

⑤ 160

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 x, y, z 라고 하면

$$4(x + y + z) = 60 \text{에서 } x + y + z = 15$$

또, 대각선의 길이는

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{77} \text{이므로}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 77$$

이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이고

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \text{이므로}$$

$$77 = 15^2 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 225 - 77 = 148$$

따라서, 직육면체의 겉넓이는 148이다.

47. 두 실수 a, b 에 대하여 $[a, b] = a^2 - b^2$ 라 할 때, $[x^2, x-1] + [2x+1, 3] + [0, 1]$ 을 인수분해하면 $(x-a)(x^3 + x^2 + bx + c)$ 이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & [x^2, x-1] + [2x+1, 3] + [0, 1] \\ &= x^4 - (x-1)^2 + (2x+1)^2 - 9 + 0 - 1 \\ &= x^4 - x^2 + 2x - 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 10 \\ &= x^4 + 3x^2 + 6x - 10 \\ &= (x-1)(x^3 + x^2 + 4x + 10) \\ &= (x-a)(x^3 + x^2 + bx + c) \end{aligned}$$

따라서, $a=1, b=4, c=10$ 이므로
 $a+b+c=15$

48. $f(x) = x^2 + ax + b$, $g(x) = x^2 + cx + d$ 가 다음 조건을 만족할 때, $ab - c + d$ 의 값은?

㉠ $f(x)$, $g(x)$ 의 최소공배수는 $x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ 이다.

㉡ $f(1) = -4$, $g(0) = 5$

① -31

② -11

③ 5

④ 13

⑤ 29

해설

두 다항식의 최소공배수

$$x^3 + 3x^2 - 13x - 15 = (x+1)(x+5)(x-3) \text{에서}$$

인수들 중 적당한 두 인수들로 $f(1) = -4$,

$g(0) = 5$ 이 되도록 $f(x), g(x)$ 를 만들면

$$f(x) = (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3$$

$$g(x) = (x+1)(x+5) = x^2 + 6x + 5$$

$$a = -2, b = -3, c = 6, d = 5$$

$$\therefore ab - c + d = 5$$

49. 두 다항식 $2x^2 + px + q$, $4x^2 + rx + s$ 의 최대공약수가 $2x + 1$ 이고 곱이 $8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15$ 일 때, $p + q + r + s$ 의 합은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

두 다항식을 $A = aG$, $B = bG$ (a , b 는 서로소)라고 하면
 $AB = abG^2$ 이므로

$$8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15 = ab(2x + 1)^2$$

$$\therefore 8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 (8x^2 - 4x - 60)$$

$$= (2x + 1)^2 (2x^2 - x - 15)$$

$$= (2x + 1)^2 (x - 3)(2x + 5)$$

$$\text{즉, } 2x^2 + px + q = (2x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 5x - 3,$$

$$4x^2 + rx + s = (2x + 1)(2x + 5) = 4x^2 + 12x + 5 \text{ 이므로}$$

$$p = -5, q = -3, r = 12, s = 5$$

$$\therefore p + q + r + s = 9$$

50. 다음은 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때, 몫이 Q 이고 나머지가 R 이면, A, B 의 최대공약수는 B, R 의 최대공약수임을 보이는 과정을 나타낸 것이다.

$A = BQ + R$ 이 성립한다. A, B 의 공약수를 g 라 하면
 $A = ag, B = bg$ (a, b, g 는 다항식) ... ㉠로 쓸 수 있다.
 이 때, $R = A - BQ = (a - bQ)g$ 에서 g 는 R 의 약수이다.

$\therefore g$ 는 B, R 의 공약수이다. ... ㉡

역으로, B, R 의 공약수를 g' 이라 하면

$B = b'g', R = r'g'$ (b', r', g' 은 다항식) ... ㉠' 으로 쓸 수 있다.
 이 때, $A = BQ + R = (b'Q + r')g'$ 에서 g' 은 A 의 약수이다.

$\therefore g'$ 은 A, B 의 공약수이다. ... ㉡'

이상에서 $\{g \mid g \text{ 는 } A, B \text{ 의 공약수}\} = \{g' \mid g' \text{ 은 } B, R \text{ 의 공약수}\}$... ㉢

$\therefore A, B$ 의 최대공약수는 B, R 의 최대공약수이다. ... ㉣

위 과정에서 옳지 않은 것은?

① ㉠, ㉠'

② ㉡, ㉡'

③ ㉢

④ ㉣

⑤ 없다.

해설

유클리드의 호제법의 원리를 설명한 것으로 옳지 않은 과정은 없다.