1. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x ② $x-1$ ③ $x+1$

④ $x^3 - x$ ⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 &= x\left(x^3 - x\right) \\ &= x^2\left(x^2 - 1\right) \\ &= x^2(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$
③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$
⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \end{aligned}$$

$\therefore\ f(x) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
$f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. 다항식 $ax+ay-bx-by$를 인수분해 하면?

① $x(a-b)$ ② $(a-b)(x-y)$ ③ $(a+b)(x-y)$
④ $(a-b)(x+y)$ ⑤ $(a+b)(x+y)$

해설

$$\begin{aligned} ax+ay-bx-by &= a(x+y)-b(x+y) \\ &= (a-b)(x+y) \end{aligned}$$

4. $3(4x+5\pi)=P$일 때, $6(8x+10\pi)$는?

① $2P$ ② $4P$ ③ $6P$ ④ $8P$ ⑤ $18P$

해설

$6(8x+10\pi)=6\cdot 2(4x+5\pi)=4\cdot 3(4x+5\pi)=4P$

5. $x^4 - 6x^2 + 8$를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2-2)(x^2-4)$

② $(x^2-2)(x-4)(x+4)$

③ $(x^2-2)(x-2)(x+2)$

④ $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

⑤ $(x^2-\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4-6x^2+8 &= (x^2)^2-6x^2+8 \\ &= (x^2-2)(x^2-4) \\ &= (x+2)(x-2)(x^2-2) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$

$f(2) = 0,\ \ f(-2) = 0,$

즉, $(x-2)(x+2)$로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

6. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $(3x^2-2)(x+1)(x-1)$ ② $(3x^2+2)(x-1)(x-1)$
③ $(3x^2+2)(x+1)(x+1)$ ④ $(3x^2+3)(x+1)(x-1)$
⑤ $(3x^2+2)(x+1)(x-1)$

해설
$A = x^2$로 치환하면
$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2 = (3A+2)(A-1) = (3x^2+2)(x+1)(x-1)$$

7. $x^3+x^2-8x-12$를 인수분해하면 $(x-3)\boxed{}$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$　② $(x-2)^2$　③ $(x+1)^2$
④ $(x-3)^2$　⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3+x^2-8x-12=(x-3)(x+2)^2$

$\therefore \boxed{} = (x+2)^2$

8. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$을 $x - 1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫 : $x - 1$, 나머지 : 1

② 몫 : $x - 1$, 나머지 : 4

③ 몫 : $x^2 - x - 4$, 나머지 : 1

④ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : 1

⑤ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore\ x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

9. 다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2+x+1,\ 1$ ② $x^2+x+1,\ 2$

③ $2x^2+2x+2,\ 1$ ④ $2x^2+2x+2,\ 2$

⑤ $4x^2+4x+4,\ 4$

해설

다항식 $2x^3+x^2+x+1$를 $2x-1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x),\ R$이라고 하면

$$\begin{aligned}2x^3+x^2+x+1 &= (2x-1)Q(x)+R \\ &= \left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot 2Q(x)+R\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{array}{c|cccc} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & \boxed{2} \end{array}$$

$2Q(x)=2x^2+2x+2$

$\therefore\ Q(x)=x^2+x+1,\ R=2$

10. $\dfrac{1000^2}{252^2-248^2}$ 은?

① 62500 ② 1000 ③ 500

④ 250 ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2-248^2} &= \frac{1000\cdot 1000}{(252+248)(252-248)} \\ &= \frac{1000}{500}\cdot\frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

11. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75　② 125　③ 900　④ 1000　⑤ 1225

해설

$$125^2 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75)$$
$$= 200 \times 50 = 10000$$
$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$
(준 식)$= 10000 \div 10 = 1000$

12. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$　　② $k^2 - 1$　　③ $k^2 + k + 1$
④ $k^2 - k + 1$　　⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

13. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4
④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

14. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$의 최대공약수가 $x - 1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a + b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$이므로 각각의 식에 $x = 1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1 + a - 2 = 0,\ 1 + 3 + b = 0$에서 $a = 1,\ b = -4$

$\therefore\ a + b = -3$

15. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x)=2x-1$

$\therefore$ 상수항은 -1

16. $x^2+y^2+2xy-x-y$을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$
② $(x+y)(x-y-1)$
③ $(x-y)(x-y-1)$
④ $(x+y)(x+y-1)$
⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y$
$=(x+y)^2-(x+y)=(x+y)(x+y-1)$

17. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$ ② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$
③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$ ④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$
⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2)=\frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식)$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

18. 다음 중 다항식 x^4-5x^2+4를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-1$　② $x-2$　③ $x-3$　④ $x+1$　⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4-5x^2+4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

19. $(x^4 - 8x^2 - 9) \div (x^2 - 9)$를 계산하여라.

① $x^2 + 1$ ② $x^2 - 1$ ③ $x^2 + 2$
④ $x^2 - 2$ ⑤ $x^2 + 3$

해설
$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 - 9)(x^2 + 1)$
$\therefore$ (준식)$= x^2 + 1$

20. $x^4+3x^2+4=(x^2+x+2)(x^2+ax+b)$일 때, 상수 a, b의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

(좌 변) $=(x^2+2)^2-x^2$

$=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

$\therefore\ a=-1,\ b=2$

$\therefore ab=-1\times 2=-2$

21. 다음 중 다항식 x^4-8x^2-9의 인수가 아닌 것은?

① $x-3$　　② $x+3$

③ x^2+1　　④ x^2+9

⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4-8x^2-9=(x^2+1)(x^2-9)$$
$$=(x^2+1)(x+3)(x-3)$$

⑤ $x^2(x+3)+x+3=(x^2+1)(x+3)$

22. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$
② $a=-12,\ b=9$
③ $a=12,\ b=-9$
④ $a=-12,\ b=-9$
⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

23. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

x^2-2x-y^2+2y

$=(x^2-y^2)-2(x-y)$

$=(x+y-2)(x-y)$

$=(x+ay)(x-by+c)$

계수를 비교하면

$a=-1, b=-1, c=-2$

$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

24. 등식 $f(x)=x^3+4x^2+x-6=(x+a)(x+b)(x+c)$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3+4x^2+x-6=(x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c=4$

25. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$몫
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

26. $x^3-6x^2+11x-6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x+3)$
③ $(x-1)(x-2)(x-3)$ ④ $(x+1)(x+2)(x-3)$
⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설
인수정리를 이용하면
$f(1)=0,\ f(2)=0,\ f(3)=0$이므로
(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

27. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$

$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

28. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$와 $4x^3 - 4$에 관한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 두 다항식은 $(x-1)$로 나누어 떨어지므로, $(x-1)$은 두 다항식의 공약수이다.
② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
③ $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$은 두 다항식의 공배수이다.
④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x-1)$이다.
⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$이다.

해설

$2x^2 + 2x - 4 = 2(x-1)(x+2)$
$4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2+x+1)$
최대공약수 : $2(x-1)$
최소공배수 : $4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$

29. 두 다항식 x^3-3x^2+2x, $x^4-4x^3+4x^2$의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$라 할 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$x^3-3x^2+2x=x(x-2)(x-1)$

$x^4-4x^3+4x^2=x^2(x-2)^2$

$\therefore f(x)=x(x-2), g(x)=x^2(x-1)(x-2)^2$

$\therefore f(3)+g(3)=3+18=21$

30. 세 개의 다항식 x^3+ax+b, x^3+cx^2+a, cx^2+bx+4, 의 공약수 중 하나가 $x-1$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　　② -2　　③ 3　　④ -3　　⑤ 4

해설

$f(x) = x^3+ax+b \rightarrow f(1) = 1+a+b = 0 \cdots$ ㉠
$g(x) = x^3+cx^2+a \rightarrow g(1) = 1+c+a = 0 \cdots$ ㉡
$h(x) = cx^2+bx+4 \rightarrow h(1) = c+b+4 = 0 \cdots$ ㉢
㉠ + ㉡ + ㉢에서 $2(a+b+c)+6 = 0$
$\therefore\ a+b+c = -3$

31. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0$, $g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1\ \therefore\ a+b=2$

32. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ −1 ⑤ −2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

33. 다항식 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$를 인수분해 하면?

① $(x^2-x-5)(x^2+x-9)$　② $(x^2-x-5)(x^2-x-9)$

③ $(x^2+x+5)(x^2+x+9)$　④ $(x^2+x-5)(x^2+x-9)$

⑤ $(x^2-x+5)(x^2+x+9)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+21 \\
&= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+21
\end{aligned}
$$

$x^2+x=A$로 치환하면,

$$
\begin{aligned}
(A-2)(A-12)+21 &= A^2-14A+45 \\
&= (A-9)(A-5)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ (x^2+x-9)(x^2+x-5)$

34. 다항식 $2x^2 - 2y^2 + 3xy + 5x + 5y + 3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

① $3x + 3y - 2$ ② $3x - y - 4$ ③ $3x + y + 4$
④ $3x + y - 2$ ⑤ $3x - y + 2$

해설

$2x^2 + (3y + 5)x - \left(2y^2 - 5y - 3\right)$
$= \{2x + (2y + 1)\}\{x - (y - 3)\}$
$\therefore\ (2x + 2y + 1) + (x - y + 3) = 3x + y + 4$

35. $2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$를 인수분해 하면$(x+ay+b)(2x+cy+d)$이다. 이 때, $a+b+c+d$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2x^2+xy-3y^2+5x+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-3y^2+5y+2$
$=2x^2+(y+5)x-(y-2)(3y+1)$
$=\{x-(y-2)\}\{2x+(3y+1)\}$
$=(x-y+2)(2x+3y+1)$
$\therefore\ a=-1, b=2, c=3, d=1$

36. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $a-b$　　② $b-c$　　③ $c-a$

④ $a+b+c$　　⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a에 관하여 정리하면

(준식)$= a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$

$= (b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$

$= (b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$

$= (b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

37. 서로 다른 세 실수 $x,\ y,\ z$에 대하여 $x^3+y^3+z^3=3xyz$를 만족할 때, $x+y+z$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^3+y^3+z^3-3xyz$
$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=0$
$(x+y+z)=0$ 또는 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$
$\therefore\ x+y+z=0$ 또는 $\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}=0$
그런데 $x,\ y,\ z$가 서로 다른 세 실수$(x\neq y\neq z)$이므로
$x+y+z=0$

38. $\dfrac{2010^3-1}{2010\times 2011+1}$ 의 값을 구하면?

① 2007 ② 2008 ③ 2009

④ 20010 ⑤ 2011

해설

$a=2010$ 로 놓으면,

$$(\text{준 식})=\frac{a^3-1}{a(a+1)+1}$$

$$=\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}=a-1$$

$$=2009$$

39. $\dfrac{2012^3+1}{2012\times2011+1}$ 의 값을 a라 할 때, $\dfrac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1007}{1006}$

해설

$a=\dfrac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)}$

$=2013$ 이므로

$\therefore\ \dfrac{a+1}{a-1}=\dfrac{2013+1}{2013-1}=\dfrac{2014}{2012}=\dfrac{1007}{1006}$

40. 다음 두 다항식 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하자. $\frac{L}{G} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3$를 구하면?

$$A = (2x-1)(x+1)^2$$
$$B = (2x-1)^2(x+1)(x-2)$$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A = (2x-1)(x+1)^2$

$B = (2x-1)^2(x+1)(x-2)$이므로

$G = (2x-1)(x+1)$

$L = (2x-1)^2(x+1)^2(x-2)$

$\frac{L}{G} = (2x-1)(x+1)(x-2)$

또 각 계수들의 합은 $x=1$일 때이므로

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1 \times 2 \times (-1) = -2$

41. x^2 항의 계수가 1 인 두 이차식의 최대공약수가 $x+3$, 최소공배수가 x^3+4x^2+x-6 일 때 두 이차식의 합은?

① $2x^2+7x+3$　② $2x^2-3x-9$　③ $2x^2+3x+9$
④ $2x^2+6x+4$　⑤ $2x^2-x-1$

해설

두 다항식을 각각 $(x+3)(x-\alpha), (x+3)(x-\beta)$ 라면,
최소공배수 $x^3+4x^2+x-6=(x+3)(x-\alpha)(x-\beta)$
$$\begin{aligned} x^3+4x^2+x-6 &= (x+3)\left(x^2+x-2\right) \\ &= (x+3)(x+2)(x-1) \end{aligned}$$
따라서 두 다항식은 $(x+3)(x+2), (x+3)(x-1)$
$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2+7x+3$

42. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3+2x^2-x-2이다. 두 다항식을 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, $f(3)+g(3)$의 값은?

① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

먼저 x^3+2x^2-x-2를 조립제법을 이용하여 인수분해 한다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
1 & 1 & 2 & -1 & -2 \\
 & & 1 & 3 & 2 \\
\hline
-2 & 1 & 3 & 2 & \boxed{0} \\
 & & -2 & -2 & \\
\hline
 & 1 & 1 & \boxed{0} & \\
\vdots & & & &
\end{array}$$

$\Rightarrow x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+2)(x+1)$

최대공약수가 $(x-1)$이므로

$f(x)=(x-1)(x+2), g(x)=(x-1)(x+1)\cdots$㉠

또는 $f(x)=(x-1)(x+1), g(x)=(x-1)(x+2)\cdots$㉡

㉠, ㉡ 두 경우 모두 $f(3)+g(3)=18$

43. 이차항의 계수가 1 인 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-3x+2 일 때, $A+B$ 는?

① $2x^2-x-1$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2-2x-1$
④ $2x^2-2x+1$ ⑤ $2x^2-2x+3$

해설

$G=x-1,\ L=(x-1)^2(x+2)$
$A=(x-1)^2=x^2-2x+1,\ B=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$
$A+B=2x^2-x-1$

44. 1999개의 다항식 x^2-2x-1, x^2-2x-2, $\cdots$, $x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ (a, b는 자연수)라 하면 ($1 \le n \le 1999$인 자연수)

$ab=n$, $a=b-2$

$\therefore n = 1\cdot 3,\ 2\cdot 4,\ 3\cdot 5,\ \cdots,\ 43\cdot 45(=1935)$의 43개

45. $a^2 - b^2 = 1$일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$의 값은? (단, n은 자연수)

① 2　　② $2(a+b)^n$　　③ 4

④ $4(a+b)^n$　　⑤ $4(a-b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$ 형태이므로
합차공식을 사용하여 정리하면
(준식)$= 4(a+b)^n(a-b)^n = 4(a^2-b^2)^n = 4$

46. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c)=b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　② 이등변삼각형　③ 정삼각형
④ 예각삼각형　⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$
$=b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서
$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}=b^2+2bc+c^2-a^2$
$a^2-b^2+2bc-c^2=-a^2+b^2+c^2+2bc$
$2a^2=2b^2+2c^2$
$\therefore\ a^2=b^2+c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

47. $a+b+c=1$을 만족하는 세 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $x=a-2b+3c$,$y=b-2c+3a$, $z=c-2a+3b$라 할 때, $(x^2+2xy+1)+(y^2+2yz+1)+(z^2+2zx+1)$의 값을 구하면?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$a+b+c=1$이므로

$x+y+z=2a+2b+2c=2(a+b+c)=2$

$\therefore\ (x^2+2xy+1)+(y^2+2yz+1)+(z^2+2zx+1)$

$=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx+3$

$=(x+y+z)^2+3$

$=2^2+3=4+3=7$

48. 세 개의 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $[a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c] + [b,\ c,\ a] + [c,\ a,\ b] = 0$이면 $[a,\ b,\ c]$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(a-b)(a-c) + (b-c)(b-a) + (c-a)(c-b) = 0$

전개하여 정리하면 $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$

$\therefore\ a = b = c$

$\therefore\ [a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c) = 0$

49. 두 다항식 $A = x^3 + x^2 + ax - 3$, $B = x^3 - x^2 - ax + 5$의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$A + B = 2x^3 + 2 = 2(x^3 + 1)$
$\quad = 2(x+1)((x^2 - x + 1)$
$G = x + 1$ 이므로
$x = -1$ 을 $A,\ B$ 에 대입하면 식의 값은 0
$\therefore\ a = -3$
※ $A = aG,\ B = bG$ ($a,\ b$ 는 서로소), $A + B = (a+b)G$
즉, 최대공약수는 두 식의 합의 인수이다.

50. 최고차항의 계수가 1인 두 이차다항식 $A,\ B$에 대하여 $A,\ B$의 최대공약수를 $(A,\ B)$, $A,\ B$의 최소공배수를 $[A,\ B]$라 하자. 다항식 $A,\ B$가

$$(A+B,\ A-B)=2x-3,\ [A+B,\ A-B]=2x^2+x-6$$

을 만족할 때, $2[A,\ B]=0$과 같은 해를 갖는 것은?

① $2x^3+5x^2-6x-9$　　② x^3+4x^2-2x-7
③ x^3-3x^2+5x-1　　④ $3x^3-x^2+2x-1$
⑤ $-x^3+2x^2-5x+7$

해설

$A=aG,\ B=bG$ (a,b는 서로소)라 하자.
$(A+B, A-B)=((a+b)G,\ (a-b)G)=2x-3$ 이므로
G는 $2x-3$
따라서 A,B는 $2x-3$으로 나누어떨어지고 $a,\ b$는 일차식이다.
또 $[A+B, A-B]=[(a+b)G, (a-b)G]=2x^2+x-6$
$=(x+2)(2x-3)$ 이므로 $(a+b)(a-b)G=(x+2)(2x-3)$
$\therefore\ (a+b)(a-b)=x+2$ 이고
$a,\ b$는 모두 일차식이므로
$a+b=x+2,\ a-b=1$ 이라 하고 연립하여 풀면
$a=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$,
$b=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$
$\therefore\ [A, B]=\left(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\right)(2x-3)$
$=\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}\right)(2x-3)$
$=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{8}{4}x^2-3x+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$
$=\frac{1}{2}x^3+\frac{5}{4}x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}$
$\therefore\ 2[A, B]=x^3+\frac{5}{2}x^2-3x-\frac{9}{2}$
따라서 $2[A, B]$와 같은 것은 ① $2x^3+5x^2-6x-9$ 이다.