1. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x ② $x-1$ ③ $x+1$

④ $x^3 - x$ ⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 &= x\left(x^3 - x\right) \\ &= x^2\left(x^2 - 1\right) \\ &= x^2(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$
③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$
⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned} x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\ &= (x-1)(x^2-1) \\ &= (x-1)^2(x+1) \end{aligned}$$

$\therefore\ f(x) = (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
$f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

3. 다항식 $ax+ay-bx-by$를 인수분해 하면?

① $x(a-b)$ ② $(a-b)(x-y)$ ③ $(a+b)(x-y)$
④ $(a-b)(x+y)$ ⑤ $(a+b)(x+y)$

해설

$$\begin{aligned} ax+ay-bx-by &= a(x+y)-b(x+y) \\ &= (a-b)(x+y) \end{aligned}$$

4. $3(4x+5\pi)=P$일 때, $6(8x+10\pi)$는?

① $2P$ ② $4P$ ③ $6P$ ④ $8P$ ⑤ $18P$

해설

$6(8x+10\pi)=6\cdot 2(4x+5\pi)=4\cdot 3(4x+5\pi)=4P$

5. x^4-6x^2+8를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2-2)(x^2-4)$
② $(x^2-2)(x-4)(x+4)$
③ $(x^2-2)(x-2)(x+2)$
④ $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-2)(x+2)$
⑤ $(x^2-\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4-6x^2+8 &= (x^2)^2-6x^2+8 \\ &= (x^2-2)(x^2-4) \\ &= (x+2)(x-2)(x^2-2) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.
$f(x)=x^4-6x^2+8$
$f(2)=0,\quad f(-2)=0,$
즉, $(x-2)(x+2)$로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

6. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $\left(3x^2 - 2\right)(x+1)(x-1)$ ② $\left(3x^2 + 2\right)(x-1)(x-1)$
③ $\left(3x^2 + 2\right)(x+1)(x+1)$ ④ $\left(3x^2 + 3\right)(x+1)(x-1)$
⑤ $\left(3x^2 + 2\right)(x+1)(x-1)$

해설

$A = x^2$로 치환하면
$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\
&= (3A+2)(A-1) \\
&= \left(3x^2+2\right)(x+1)(x-1)
\end{aligned}
$$

7. $x^3 + x^2 - 8x - 12$를 인수분해하면 $(x-3)\boxed{}$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$　② $(x-2)^2$　③ $(x+1)^2$　④ $(x-3)^2$　⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$

$\therefore \boxed{} = (x+2)^2$

8. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$을 $x - 1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫 : $x - 1$, 나머지 : 1

② 몫 : $x - 1$, 나머지 : 4

③ 몫 : $x^2 - x - 4$, 나머지 : 1

④ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : 1

⑤ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore\ x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

9. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2 + x + 1,\ 1$　　② $x^2 + x + 1,\ 2$

③ $2x^2 + 2x + 2,\ 1$　　④ $2x^2 + 2x + 2,\ 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4,\ 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R이라고 하면

$$\begin{aligned} 2x^3 + x^2 + x + 1 &= (2x-1)Q(x) + R \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{array}{c|cccc} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & \boxed{2} \end{array}$$

$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$

$\therefore\ Q(x) = x^2 + x + 1,\ R = 2$

10. $\dfrac{1000^2}{252^2-248^2}$ 은?

① 62500 ② 1000 ③ 500

④ 250 ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2-248^2} &= \frac{1000\cdot1000}{(252+248)(252-248)}\\ &= \frac{1000}{500}\cdot\frac{1000}{4}\\ &= 500\end{aligned}$$

11. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75　　② 125　　③ 900　　④ 1000　　⑤ 1225

해설

$125^2 - 75^2 = (125 + 75)(125 - 75)$

$= 200 \times 50 = 10000$

$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\dfrac{20}{-4} = 10$

(준 식)$= 10000 \div 10 = 1000$

12. $2012 = k$ 라 할 때, 2013×2011 을 k 로 나타내면?

① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

13. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3　② ab^2c^4　③ ab^3c^4
④ $a^2b^3c^4$　⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

14. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

15. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$
$\therefore Q(x)=2x-1$
$\therefore$ 상수항은 -1

16. $x^2+y^2+2xy-x-y$을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$
② $(x+y)(x-y-1)$
③ $(x-y)(x-y-1)$
④ $(x+y)(x+y-1)$
⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$x^2+y^2+2xy-x-y$
$=(x+y)^2-(x+y)=(x+y)(x+y-1)$

17. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2)+(k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$ ② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$
③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$ ④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$
⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$(k+1)(k+2)=\frac{3}{3}(k+1)(k+2)$ 이므로

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 묶으면

(준 식)$=\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$

18. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

① $a - b + c$ ② $c - a$ ③ $b + c$

④ $a - b$ ⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

19. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$ ② $a - b^2$ ③ $a^2 - b^2 + c^2$
④ $a^2 + b^2 + c^2$ ⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$
$= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b)$
$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b)$
$= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab)$
$= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2)$

20. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, $a,\ b,\ c$를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$ ② $-1,\ 1,\ 2$ ③ $-2,\ -1,\ 1$
④ $-1,\ -1,\ -2$ ⑤ $-1,\ 2$

해설

$$\begin{aligned} x^2-2x-y^2+2y &= (x+y)(x-y)-2(x-y) \\ &= (x-y)(x+y-2) \end{aligned}$$

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

21. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$　　② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2-b^2-c^2+2bc$　　④ $a^2+b^2-c^2-2bc$

⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$(a-b+c)(a+b-c)$
$=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

22. 다항식 $(x-1)^3+27$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$
② $(x-1)(x^2-x-2)$
③ $(x-1)(x^2+3x+3)$
④ $(x+2)(x^2+x+7)$
⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$을 A로 치환하면
준 식 $=A^3+27=(A+3)(A^2-3A+9)$
다시 $x-1$을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

23. $x^4+3x^2+4=(x^2+x+2)(x^2+ax+b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

(좌 변) $=(x^2+2)^2-x^2$

$=(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

$\therefore\ a=-1,\ b=2$

$\therefore ab=-1\times 2=-2$

24. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-3$
② $x+3$
③ x^2+1
④ x^2+9
⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2+1)(x^2-9)$$
$$= (x^2+1)(x+3)(x-3)$$

⑤ $x^2(x+3)+x+3 = (x^2+1)(x+3)$

25. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$
② $a=-12,\ b=9$
③ $a=12,\ b=-9$
④ $a=-12,\ b=-9$
⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

26. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c = 4$

27. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

28. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$
$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

29. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9 개　② 12 개　③ 16 개　④ 24 개　⑤ 32 개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$\therefore \quad (3+1)(3+1) = 16$

30. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$　　② $2x-1$　　③ $x-2$
④ $x+3$　　⑤ $x+1$

해설
$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$
$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$
$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$
따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

31. 두 다항식 x^3-3x^2+2x, $x^4-4x^3+4x^2$의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$라 할 때, $f(3)+g(3)$의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$x^3-3x^2+2x=x(x-2)(x-1)$
$x^4-4x^3+4x^2=x^2(x-2)^2$
$\therefore f(x)=x(x-2), g(x)=x^2(x-1)(x-2)^2$
$\therefore f(3)+g(3)=3+18=21$

32. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ −1　⑤ −2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

33. 다음 중 $(x+y)^3-8y^3$ 의 인수인 것은?

① $x^2-2xy-4y^2$　② $x^2-2xy+4y^2$　③ $x^2+2xy+4y^2$

④ $x^2-4xy-7y^2$　⑤ $x^2+4xy+7y^2$

해설

(준식)$=(x+y)^3-(2y)^3$

$=\{(x+y)-2y\}\{(x+y)^2+(x+y)2y+(2y)^2\}$

$=(x-y)(x^2+2xy+y^2+2xy+2y^2+4y^2)$

$=(x-y)(x^2+4xy+7y^2)$

34. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$를 인수분해 하면$(x + ay + b)(2x + cy + d)$이다. 이 때, $a + b + c + d$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$$
$$= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2$$
$$= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1)$$
$$= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\}$$
$$= (x - y + 2)(2x + 3y + 1)$$
$$\therefore\ a = -1, b = 2, c = 3, d = 1$$

35. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

$$
\begin{aligned}
&a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)\\
&=(b-c)a^2-\boxed{\text{(가)}}\,a+\boxed{\text{(나)}}\,(b-c)\\
&=\boxed{\text{(다)}}\,\{a^2-\boxed{\text{(라)}}\,a+\boxed{\text{(나)}}\}\\
&=(b-c)(a-b)\boxed{\text{(마)}}
\end{aligned}
$$

① (가) (b^2-c^2)　② (나) bc　③ (다) $(b-c)$

④ (라) $(b+c)$　⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$
\begin{aligned}
&a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)\\
&=(b-c)a^2+b^2c-ab^2+c^2a-bc^2\\
&=(b-c)a^2-\boxed{(b^2-c^2)}\,a+\boxed{bc}\,(b-c)\\
&=\boxed{(b-c)}\left\{a^2-\boxed{(b+c)}\,a+\boxed{bc}\right\}\\
&=(b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}
\end{aligned}
$$

36. $x^4-15x^2+10x+24=(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① -5 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

± 상수항의 약수 중에서 $x=-1,2$을 대입하면 식의 값이 0 이므로

주어진 식은 $x+1, x-2$을 인수로 갖는다.

조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$x^4-15x^2+10x+24$

$=(x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$

$\therefore\ a+b+c+d=1+(-2)+(-3)+4=0$

37. $\dfrac{100^3-1}{101\times100+1}$ 의 값을 구하면?

① 99　② 100　③ 101　④ 102　⑤ 103

해설

$a=100$이라 하면

$$\frac{a^3-1}{(a+1)a+1}=\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{(a^2+a+1)}$$
$$=a-1=99$$

38. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 $x^3+3x^2-10x-24$라고 한다. 이 때, 두 다항식을 바르게 구한 것은?

① $x^2-x-6,\ x^2+6x+8$　　② $x^2-3x-1,\ x^2+x+8$

③ $x^2-4x+3,\ x^2-x+2$　　④ $x^2-x-2,\ x^2-3x+8$

⑤ $x^2-3x-6,\ x^2+3x+7$

해설

두 다항식을 $A=aG$, $B=bG$ ($a,\ b$는 서로소)라고 하면
두 식의 최대공약수가 $x+2$이므로
$A=a(x+2)$, $B=b(x+2)$
따라서, $L=ab(x+2)$
$\qquad\qquad =x^3+3x^2-10x-24$이다.
이 때, 최소공배수 L은 최대공약수 $x+2$를 인수로 가지므로
조립제법을 이용하면
$L=(x+2)(x-3)(x+4)$
$a,\ b$는 일차식이므로
$a=x-3$, $b=x+4$ 또는 $a=x+4$, $b=x-3$
따라서, 두 다항식은
$(x-3)(x+2)=x^2-x-6$과 $(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$이다.

39. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B의 최대공약수가 $x+2$이고 최소공배수가 x^3+x^2-4x-4이다. $A+B=ax^2+bx+c$를 만족하는 상수 $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^3+x^2-4x-4=(x+2)(x+1)(x-2)$

두 다항식은 각각 $(x+2)(x+1), (x+2)(x-2)$

$A+B=(x+2)(x-2)+(x+2)(x+1)$

$=2x^2+3x-2=ax^2+bx+c$

$\therefore a=2, b=3, c=-2$

$\therefore\ a+b+c=3$

40. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식의 곱이 $x^3-x^2-8x+12$ 이고, 최대공약수가 $x-2$ 일 때, 두 다항식의 합을 구하면?

① x^2+2x+6 ② x^2+2x-8 ③ x^2+4x-8
④ x^2+4x+8 ⑤ x^2+4x-5

해설

최대공약수가 $x-2$이므로
구하는 두 다항식을 $a(x-2)$, $b(x-2)$ (단, a, b는 서로 소인 다항식)로 놓을 수 있다.
그런데, 두 다항식의 곱이 $x^3-x^2-8x+12$ 이므로
$a(x-2)b(x-2)=x^3-x^2-8x+12$
$\therefore\ ab(x-2)^2=(x-2)^2(x+3)$
$\therefore\ ab=x+3$
$\therefore\ a=1,\ b=x+3$ 또는 $a=x+3,\ b=1$
따라서 두 다항식은 $x-2$, $(x-2)(x+3)$ 이다.
$\therefore\ x-2+x^2+x-6=x^2+2x-8$

41. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2-8$이고, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6일 때, 두 다항식의 최대공약수는 $ax+b$이다. 이 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 식 A, B의 최대공약수를 G라 하면
$A=Ga, B=Gb$(a, b는 서로소)
$A+B=(a+b)G=2(x+2)(x-2)$
$L=abG=(x-1)(x-3)(x+2)$
$\therefore\ G=x+2$

42. 두 다항식 A, B의 최대공약수를 $A★B$, 최소공배수를 $A\triangle B$라고 하자. 서로소인 두 다항 A, B식에 대하여 $\frac{A\triangle B}{AB★B^2}$를 간단히 한 것은?

① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설
다항식 A, B가 서로소이므로 $AB★B^2=B$, $A\triangle B=A\times B$
$\therefore \frac{A\triangle B}{AB★B^2}=\frac{A\times B}{B}=A$

43. 1999 개의 다항식 x^2-2x-1, x^2-2x-2, $\cdots$, $x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43 개　② 44 개　③ 45 개　④ 46 개　⑤ 47 개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수) 라 하면 ($1 \leq n \leq 1999$ 인 자연수)

$ab=n$, $a=b-2$

$\therefore n=1\cdot3,\ 2\cdot4,\ 3\cdot5,\ \cdots,\ 43\cdot45(=1935)$ 의 43 개

44. $a^2 - b^2 = 1$일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$의 값은? (단, n은 자연수)

① 2　　② $2(a+b)^n$　　③ 4

④ $4(a+b)^n$　　⑤ $4(a-b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$ 형태이므로
합차공식을 사용하여 정리하면
(준식)$= 4(a+b)^n(a-b)^n = 4(a^2-b^2)^n = 4$

45. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $a-b$　　② $b-c$　　③ $c-a$

④ $a+b+c$　　⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a에 관하여 정리하면

(준식)$= a^3(b-c) - a(b^3-c^3) + bc(b^2-c^2)$

$= (b-c)\{a^3 - a(b^2+bc+c^2) + bc(b+c)\}$

$= (b-c)\{b^2(c-a) + b(c^2-ca) - a(c^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$

$= (b-c)(c-a)\{c(b-a) + (b^2-a^2)\}$

$= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$

46. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 수를 x, y, z라 하면 주어진 조건으로부터

$x+y+z=0 \cdots\cdots ㉠$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{3}{2} \cdots\cdots ㉡$

$x^2+y^2+z^2=1 \cdots\cdots ㉢$

$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$이므로

㉠, ㉢에서 $0^2=1+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xy+yz+zx=-\frac{1}{2} \cdots\cdots ㉣$

㉡에서 $\frac{xy+yz+zx}{xyz}=\frac{3}{2}$이므로

$3xyz=2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xyz=-\frac{1}{3}$

또, $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

㉠에서 $x+y+z=0$이므로

$x^3+y^3+z^3=3xyz=3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

47. 세 양수 a, b, c가 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시킬 때 a, b, c를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이라고 한다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$에서

$a>0,\ b>0,\ c>0$이므로 $a+b+c\neq 0$

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\therefore\ \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore\ a=b=c$ ($\because a,\ b,\ c$는 실수)

따라서 a, b, c를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

$a^2=1$

$\therefore\ a=b=c=1$

$\therefore\ a+b+c=3$

48. 자연수 $N = 5 \cdot 29^3 + 15 \cdot 29^2 + 15 \cdot 29 + 5$ 의 양의 약수의 개수는?

① 20 개 ② 40 개 ③ 60 개

④ 80 개 ⑤ 100 개

해설

주어진 N 의 값을 직접 계산하여 다시 소인수분해 하기는 너무 복잡하므로,
주어진 수들을 하나의 문자로 생각하여 5로 묶으면
$N = 5(29^3 + 3 \cdot 29^2 + 3 \cdot 29 + 1)$
$= 5(29 + 1)^3$
$= 5 \cdot 30^3$
$= 5 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^3$
$= 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4$
따라서 N 의 양의 약수의 개수는
$(3 + 1)(3 + 1)(4 + 1) = 80$

49. $a-b=1+i$, $b-c=1-i$일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$a-b=1+i$ ⋯⋯㉠

$b-c=1-i$ ⋯⋯㉡

㉠+㉡을 계산하면 $a-c=2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{(1+i)^2+(1-i)^2+(-2)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{1+2i-1+1-2i-1+4\}$

$=2$

50. 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $[a,\ b,\ c]=a^2+bc$라 하고 $x+y+z=10$, $x^2+y^2+z^2=12$일 때, $[x,\ 2y,\ z]+[y,\ 2z,\ x]+[z,\ 2x,\ y]$의 값은?

① 10 ② 22 ③ 88 ④ 100 ⑤ 144

해설

$[x,\ 2y,\ z]+[y,\ 2z,\ x]+[z,\ 2x,\ y]$
$=x^2+2yz+y^2+2zx+z^2+2xy$
$=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$
$=(x+y+z)^2=100$