1. 다음 중 $\sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 인 관계가 성립될 수 <u>없는</u> 경우는?

① $a > 0,\ b > 0$　② $a > 0,\ b < 0$　③ $a < 0,\ b > 0$

④ $a < 0,\ b < 0$　⑤ $ab < 0$

해설

$a < 0,\ b < 0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$

2. $\dfrac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3-\sqrt{10}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{5}-\sqrt{2}$를 곱하면

$$\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{9-3\sqrt{10}}{5-2} = 3-\sqrt{10}$$

3. 등식 $a(1+3\sqrt{2})+b(2-\sqrt{2})=-4+9\sqrt{2}$를 만족하는 유리수 a, b의 값은?

① $a=1,\quad b=-3$

② $a=1,\quad b=-2$

③ $a=2,\quad b=-3$

④ $a=-2,\quad b=-1$

⑤ $a=-2,\quad b=3$

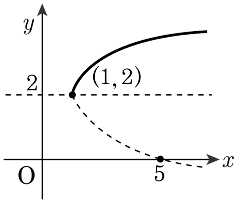
해설

$(a+2b)+(3a-b)\sqrt{2}=-4+9\sqrt{2}$이므로

$$\begin{cases} a+2b=-4 \\ 3a-b=9 \end{cases}$$ 를 연립하면,

$\therefore a=2,\quad b=-3$

4. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?



① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$

해설

$y = \sqrt{ax}\ (a > 0)$ 의 그래프를
x축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2(a > 0)$ 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이$(1,\ 2)$ 이고 변역은 $x \geq 1,\ y \geq 2$ 이므로
$x = a(y-2)^2 + 1$
점 $(5,\ 0)$을 지나므로
$5 = a(0-2)^2 + 1 \ \rightarrow\ a = 1$
$x = (y-2)^2 + 1 \ \rightarrow\ y = 2 + \sqrt{x-1}$

5. 두 함수 $f(x) = -\sqrt{2x+1}+4$, $g(x) = \sqrt{5-x}+3$ 에 대하여 $(g \circ f)(4)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(4) = -\sqrt{2 \cdot 4 + 1} + 4 = 1$

$(g \circ f)(4) = g\left(f(4)\right) = g(1)$ 이므로

$(g \circ f)(4) = \sqrt{5-1} + 3 = 5$

6. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 합이 5의 배수가 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 7 가지

해설

주사위를 던질 때 5 의 배수가 나올 수 있는 경우는 $5, 10$ 이다.
각각의 경우를 구해 보면
(1) $5 : (1, 4),\ (2, 3),\ (3, 2),\ (4, 1)$
(2) $10 :\ (4,\ 6),\ (5,\ 5),\ (6,\ 4)$
$\therefore 4 + 3 = 7$

7. 1 부터 50 까지의 정수 중에서 3 또는 5 의 배수의 개수는?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

3 의 배수가 나오는 사건을 A,
5 의 배수가 나오는 사건을 B 라 하면
$n(A) = 16$, $n(B) = 10$
$A \cap B$ 는 3 과 5 의 공배수,
즉 15 의 배수이므로 $n(A \cap B) = 3$

$$\therefore\ n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$= 16 + 10 - 3 = 23(\text{개})$$

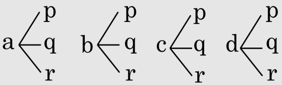
8. 4 종류의 신문과 3 종류의 잡지에서 각각 1 종류씩 택하는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

신문의 종류를 a, b, c, d 라 하고, 잡지의 종류를 p, q, r 라 하면, 이들에서 각각 1 종류씩 택하는 방법은 아래 그림과 같이



$\therefore\ 4 \times 3 = 12$ (가지)

9. 어떤 산에는 서로 다른 등산로가 5가지가 있다. 이 산을 올라갔다가 내려오는 방법의 수는? (단, 올라갈 때 간 등산로로 내려오지 않는다)

① 9　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

해설

이 산의 등산로를 A, B, C, D, E 라고 하자. 올라갈 때 사용할 수 있는 등산로는 5 가지가 있다. 만약 A 등산로로 올라갔다면 내려올 때는 A를 제외한 나머지 등산로 B, C, D, E 즉 4 가지 등산로를 이용해야 한다. 따라서 이 산의 등산로를 이용하는 방법의 수는 곱의 법칙을 이용하여

$5 \times 4 = 20$ (가지)

10. A지점에서 B지점으로 가는 방법이 3가지, B지점에서 C지점으로 가는 방법이 2가지일 때, A지점에서 B지점을 거쳐 C지점으로 가는 방법의 수는?

① 4　　② 6　　③ 10　　④ 12　　⑤ 15

해설

각각의 경우는 동시에 일어나므로 곱의 사건이다.

$3 \times 2 = 6$

11. A, B, C, D 4명을 일렬로 세우는 모든 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 24 가지

해설

$4! = 24$

12. n 권의 책이있다.(단, $n \geq 5$) 이 n권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $n!$

해설

n권에서 n권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_n = n!$

13. 함수 $y = \dfrac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$인 모든 실수이다. 이때, $a+b$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

함수 $y = \dfrac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a,\ y = b$는 점근선이다.

따라서 $y = \dfrac{(x-4)+5}{x-4} = \dfrac{5}{x-4} + 1$에서

$a = 4,\ b = 1$이므로

$\therefore a+b = 4+1 = 5$

14. 함수 $y = \dfrac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x축 방향으로 3, y축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니 $y = \dfrac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

① 8 ② 6 ③ 1 ④ −6 ⑤ −8

해설

$y = \dfrac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x축 방향으로 3,
y축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로
$y = \dfrac{1}{x}$ 을 x축의 방향으로 −3만큼,
y축의 방향으로 −1만큼 이동시킨것과 같다.

$$y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$$

따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로
$\therefore abc = 6$

15. 곡선 $y=\dfrac{x+3}{x-3}$ 은 곡선 $y=\dfrac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이고, 곡선 $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선은 $x=a$, $y=b$ 이다. $m+n+a+b$ 의 값은?

① 6 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ -3

해설

$y=\dfrac{x+3}{x-3}=1+\dfrac{6}{x-3}$

$y=\dfrac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 3만큼 , y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m=3,\ n=1$

또, $y=\dfrac{3x-1}{x+1}=-\dfrac{4}{x+1}+3$ 에서

점근선은 $x=-1,\ y=3$ $a=-1,\ b=3$

따라서 구하는 합은 6

16. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여

정리하면 $(x-3)y = -x + 2$

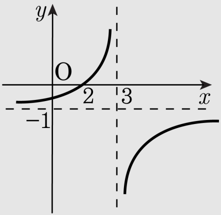
$\therefore\ y = \dfrac{-x+2}{x-3} = \dfrac{-1}{x-3} - 1\,(x \neq 3)$

즉, $y = \dfrac{-1}{x-3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3,\ y = -1$ 이고 점 $(2,\ 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



17. $f(t)=\dfrac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y=f(x)$ 일 때, $x=\square$ 로 나타낼 수 있다. □ 안에 알맞은 것은?

① $-f(y)$ ② $-f(-y)$ ③ $f(-y)$

④ $f\left(\dfrac{1}{y}\right)$ ⑤ $f(y)$

해설

$y=f(x)=\dfrac{x}{1-x}$ 에서

$y-xy=x,\ x(1+y)=y$

$\therefore\ x=\dfrac{y}{1+y}=\dfrac{-y}{1-(-y)}=-f(-y)$

18. 분수함수 $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(2,\ 3)$ 을 지날 때, 상수 $a,\ b$ 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$f(x)=\dfrac{ax+b}{x-1}$ 라 하면 $f(2)=3,\ f^{-1}(2)=3$

$f(2)=2a+b=3\cdots$ ㉠

$f^{-1}(2)=3$ 에서 $f(3)=2$ 이므로

$f(3)=\dfrac{3a+b}{2}=2\quad\therefore 3a+b=4\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$a=1,\ b=1\quad\therefore ab=1$

19. 함수$y = \dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3,-2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \dfrac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점$(3,-2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots ①$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3,-2)$ 을 지나므로

$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$

$\Rightarrow 3 = \dfrac{-2a+b}{-4}$

$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots ②$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$\therefore a + b = -6$

20. 함수 $y=-\sqrt{ax+9}-1$ 의 정의역이 $\{\ x \mid x \geq -3\ \}$이고, 치역이 $\{\ y \mid y \leq b\ \}$ 일 때, 상수 $a,\ b$ 에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $a \neq 0$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax+9 \geq 0$ 에서

$ax \geq -9 \quad \therefore\ x \geq -\dfrac{9}{a}$

$-\dfrac{9}{a}=-3$ 이므로 $a=3$

주어진 함수의 치역은 $\{\ y \mid y \leq -1\ \}$ 이므로

$b=-1$

$\therefore\ a+b=3+(-1)=2$

21. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)

① $ab >\ 0$ 이면 제 3사분면

② $ab <\ 0$ 이면 제 4사분면

③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면

④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면

⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > b$ 이고 $b > 0)$ 또는 $(a < 0$ 이고 $b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0$ 이고 $b < 0)$ 또는 $(a < 0$ 이고 $b > 0$)이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉢ $a < 0, b > 0$ 이면
제 4사분면에 그래프가 그려진다.

㉣ $a > 0, b < 0$ 이면
제 2사분면에 그래프가 그려진다.

㉤ $a < 0, b < 0$ 이면
제 3사분면에 그래프가 그려진다.

22. 무리함수 $y=-\sqrt{1-x}+2$의 역함수는?

① $y=(x-2)^2+1(x\le 2)$　② $y=(x-2)^2-1(x\le 2)$

③ $y=-(x-2)^2+1(x\le 2)$　④ $y=-(x-2)^2-1(x\le 2)$

⑤ $y=-(x+2)^2+1(x\le 2)$

해설

$y=-\sqrt{1-x}+2$에서 $1-x\ge 0$이므로 $x\le 1$

$y-2=-\sqrt{1-x}\le 0$이므로 $y\le 2$

$1-x=(y-2)^2,\ x=-(y-2)^2+1$

$x,\ y$를 바꾸면 구하는 역함수는

$\therefore y=-(x-2)^2+1(x\le 2)$

23. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (i) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ii) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (i), (ii)는 배반이므로,
> $\therefore {}_{n}P_{r} = \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}}$

위의 과정에서 $\boxed{\text{(가)}}$, $\boxed{\text{(나)}}$에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n}P_{r-1}$

③ (가): ${}_{n}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_{r} \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i)에서 ${}_{n-1}P_{r}$←(가)

(ii) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면 $n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음 (${}_{n-1}P_{r-1}$), 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.

따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$←(나)

24. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ **답 :** ________ 가지

▷ **정답 :** 12 가지

해설

$_4P_2 = 12$

25. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, B 와 C 가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

B 와 C 를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$\Rightarrow 3! = 6$

여기에 B 와 C 가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.

$\therefore\ 6 \times 2 = 12$

26. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록 서는 경우의 수는?

① 720 ② 960 ③ 1280 ④ 1440 ⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3자리를 골라 여자들을 배치한다.

$4! \times {}_5P_3 = 1440$

27. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, A 가 가장 뒤에 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ____________ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$3! = 6$

28. 다음 표는 세계 각 국에서 사용하는 긴급구조대의 전화번호이다.

국가	한국	미국	호주	독일
전화번호	119	911	001	110

이들은 모두 0 부터 9 까지의 숫자로 이루어진 세 자리의 숫자이고, 이웃하는 어느 두 자리는 같은 숫자가 중복되어 있다. 이와 같이 세 자리의 숫자 중에서 이웃한 두 자리는 같은 숫자가 되는 전화번호의 종류는 모두 몇 가지인가?

① 160 ② 180 ③ 200 ④ 220 ⑤ 240

해설

이웃하는 방법에 따라 △△□, △□□의 두 가지 경우가 있고, △에 10가지 □가 9 가지이므로, 구하는 경우의 수는

$(10 \times 9) \times 2 = 180$

29. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$

30. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181 ② 215 ③ 216 ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

$100 \sim 999$: $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$번째 수이다.

31. 다음 등식을 만족시키는 n의 값을 구하여라.

$$_{10}C_{n+2} =_{10} C_{2n+2}$$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 0

해설

$_{10}C_{n+2} =_{10} C_{2n+2}$ 에서

$n+2=2n+2$ 일 때 : $n=0$

$n+2=10-(2n+2)$ 일 때 : $3n=6,\ n=2$

$\therefore n=0\ or\ 2$

32. 대학생 로봇축구 경기의 예선전에 8개 팀이 참가하여 4 개 팀씩 2 개조로 나누어 조별 리그전으로 게임을 치르려고 한다. 이 때, 나누는 방법의 수는?(단, 리그전이란 모든 팀들이 다른 팀들과 각각 한 번씩 시합을 하는 게임규칙이다.)

① 35　　② 52　　③ 70　　④ 90　　⑤ 105

해설

서로 다른 8 개 중에 4 개씩 2 개조로 나누는 방법의 수이다.

$$\therefore {}_8C_4 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 70 \times 1 \times \frac{1}{2} = 35$$

33. $0 < a < 1$이고, $x = \dfrac{1+a^2}{a}$일 때, $\dfrac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}$의 값을 구하면?

① a^2 ② a ③ $\dfrac{1}{a}$ ④ $a-1$ ⑤ $a+1$

해설

$$x+2 = \frac{1+a^2}{a}+2 = \frac{1}{a}(a+1)^2$$

$$\therefore \sqrt{x+2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{a}} = \frac{a+1}{\sqrt{a}}$$

$$x-2 = \frac{1+a^2}{a}-2 = \frac{(a-1)^2}{a}$$

$$\therefore \sqrt{x-2} = \frac{|a-1|}{\sqrt{a}} = \frac{1-a}{\sqrt{a}}$$

$$\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} = \frac{\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1-a}{\sqrt{a}}}{\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}-\dfrac{1-a}{\sqrt{a}}}$$

$$= \frac{(a+1)+(1-a)}{(a+1)-(1-a)} = \frac{1}{a}$$

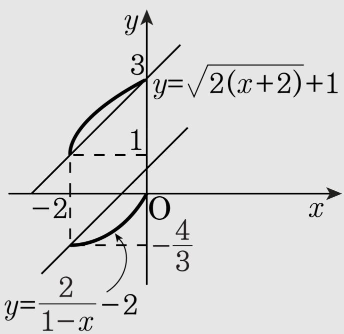
34. 정의역이 $\{x| -2 \le x \le 0\}$ 인 두 함수 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$, $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 에 대하여 $y = x+r$ 의 그래프가 $y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다는 아래에 있고 $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프 보다는 위에 있을 때, r 은 범위가 $r_1 < r < r_2$ 라고 한다. $3r_1 - r_2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-2 \le x \le 0$ 에서

$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 과 $y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프를 나타내면 다음 그림과 같다.



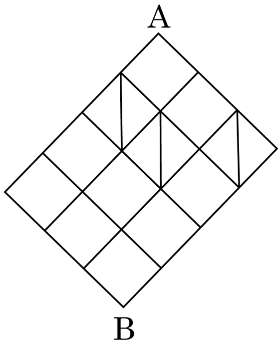
이 때, $y = x+r$ 의 그래프가
$y = \sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프보다
아래에 있으므로 $r < 3$
또한, $y = x+r$ 의 그래프가
$y = \dfrac{2}{1-x}-2$ 의 그래프보다
위에 있으므로 $r > \dfrac{2}{3}$

$\therefore \dfrac{2}{3} < r < 3$

따라서 $r_1 = \dfrac{2}{3}$, $r_2 = 3$ 이므로

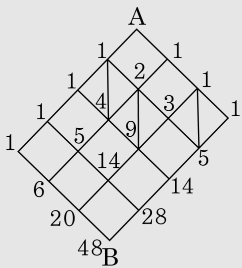
$\therefore 3r_1 - r_2 = 3 \cdot \dfrac{2}{3} - 3 = -1$

35. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나는 경로의 수는?



① 34 ② 36 ③ 41 ④ 48 ⑤ 52

해설



36. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120 일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$\frac{n!}{3!} = 120,$

$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$

$\therefore\ n = 6$

37. 2002년 월드컵은 32개팀이 참가하여 4개팀 8조로 나누어 리그전을 치른 후 16강을 결정했다. 16강은 토너먼트 방식으로 우승팀을 가렸고, 별도로 3, 4위전이 있었다. 2002년 월드컵에서 치른 총 게임 수를 구하여라.

① 44 ② 58 ③ 64 ④ 72 ⑤ 76

해설

각 조별 리그전 : ${}_4C_2 = 6$

16강 토너먼트 : $16 - 1 = 15$

3, 4위전 : 1

$\therefore\ {}_4C_2 \times 8 + (16 - 1) + 1 = 64$

38. 1 부터 9 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 아홉 장의 카드가 있다. 이 중 4 장의 카드를 뽑아 갑에게 2 장, 을에게 2 장을 주었을 때, 뽑힌 4 장 중 제일 작은 수가 적힌 카드가 갑에게 있을 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 378 가지

해설

9장 중 4장의 카드를 뽑는 방법의 수는

$$_9C_4 = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1} = 126$$

뽑힌 4장의 카드 중 제일 작은 수의 카드는 갑에게 주고, 나머지 3장 중 1장의 카드만 갑에게 주면 나머지 2장은 을에게 간다.

$\therefore\ _9C_4 \cdot {_3C_1} = 378$

39. 서로 다른 책이 11권 꽂혀 있는 책장에서 3권의 책을 꺼낼 때, 읽은 책이 적어도 한 권 포함되는 경우의 수가 130이라면 읽은 책은 몇 권인가?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

전체의 경우의 수에서 읽은 책이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼준다. 읽은 책의 권수를 x 라 하면,

$${}_{11}C_3 - {}_{11-x}C_3 = 130$$

$${}_{11-x}C_3 = 35$$

$$11 - x = 7, x = 4$$

40. 서로 다른 종류의 선물 6 개를 큰 아들, 둘째 아들, 셋째 아들에게 한 개 이상씩 돌아가도록 나누어 주는 방법의 수는?

① 540 ② 570 ③ 600 ④ 630 ⑤ 660

해설

나누는 방법은 $(1, 2, 3)$ $(2, 2, 2)$ $(1, 1, 4)$ 이다.
각각의 경우를 구하고 세명의 아들에 배분한다.
$\Rightarrow (1, 2, 3) : {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$

$(2, 2, 2) : {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$

$(1, 1, 4) : {}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$

$\therefore 360 + 90 + 90 = 540$