1. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3$ 에서

점근선은 $x = -1,\ y = 3$

$a = -1,\ b = 3$

$a + b = 2$

2. $a>0,\ b<0$일 때, $\sqrt{a^2b^2}=\boxed{}$이다. $\boxed{}$에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답:

▷ 정답: $-ab$

해설

$a^2>0,\ b^2>0$이므로

$\sqrt{a^2b^2}=\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}=|a||b|$

$a>0$일 때, $|a|=a$이고

$b<0$일 때, $|b|=-b$

따라서 $\sqrt{a^2b^2}=a\cdot(-b)=-ab$

3. $x = \dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x-y)^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{6}$ ② $-2\sqrt{6}$ ③ $5+2\sqrt{6}$
④ $5-2\sqrt{6}$ ⑤ $10-2\sqrt{6}$

해설

$x+y = \sqrt{5},\ x-y = -\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$\therefore (x+y)^2 + (x-y)^2 = 5 + \left(5 - 2\sqrt{6}\right)$

$= 10 - 2\sqrt{6}$

4. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 차가 3 이상인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

차가 3 이상인 경우는 $3, 4, 5$ 이다. 각각의 경우를 구해 보면

(1) $3 : (4, 1)(5, 2)(6, 3)(1, 4)(2, 5)(3, 6)$

(2) $4 : (5, 1)(6, 2)(1, 5)(2, 6)$

(3) $5 : (6, 1)(1, 6)$

$\therefore 6 + 4 + 2 = 12$

5. 서로 다른 동전 두 개와 주사위 한 개를 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는?

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 32 ⑤ 36

해설

동전을 한 번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 2 가지, 주사위를 한번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 6가지 이므로 $\Rightarrow 2 \times 2 \times 6 = 24$

6. 6 의 거듭제곱 중 양의 약수의 개수가 16 인 수는?

① 36 ② 124 ③ 216 ④ 365 ⑤ 442

해설

$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \cdot 3^n$

약수의 개수 : $(n+1)(n+1) = 16$

$\therefore n = 3$

따라서 구하는 수는 $6^3 = 216$

7. ${}_nP_2 = 90$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$n(n-1) = 90 = 10 \times 9$ 이므로 $n = 10$

8. n명의 학생에게 n장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 120이다. n의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

n명의 학생에게 n장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

$n! = 120$

$\therefore\ n = 5$

9. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \dfrac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \dfrac{1}{x}$ ② $y = \dfrac{2}{x}$ ③ $y = x + \dfrac{1}{x}$
④ $y = x + \dfrac{2}{x}$ ⑤ $y = 2x + \dfrac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$y = \dfrac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \dfrac{2}{x+1}$

$= 2(x+1) + \dfrac{2}{x+1} - 4$

$\therefore\ y + 4 = 2(x+1) + \dfrac{2}{x+1}$

이것은 $y = 2x + \dfrac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -1, y축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

10. 함수 $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x)=\dfrac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f^{-1})^{-1}=f$ 이므로 $f^{-1}(x)=\dfrac{4x-3}{-x+2}$ 의 역함수를 구하면

$f(x)=\dfrac{2x+3}{x+4}=\dfrac{ax+b}{x+c}$

$\therefore\ a=2,\ b=3,\ c=4$

$\therefore\ 2+3+4=9$

11. $\dfrac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$을 간단히 하여라.

① $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

④ $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$$
$$=\frac{(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{2(1+\sqrt{3})}{(1+2+2\sqrt{2})-3}=\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

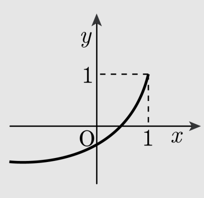
12. 다음중 함수 $y=-\sqrt{-2x+2}+1$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면 ⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y=-\sqrt{-2(x-1)}+1$의 그래프는
$y = \sqrt{2x}$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한
다음 x축의 방향으로 1 만큼,
y축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는
제 2 사분면을 지나지 않는다.



13. $1, 2, 3, 4$ 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i $(1 \leq i \leq 4)$ 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 9 가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$(2, 1, 4, 3)$, $(2, 3, 4, 1)$, $(2, 4, 1, 3)$,
$(3, 1, 4, 2)$, $(3, 4, 1, 2)$, $(3, 4, 2, 1)$,
$(4, 1, 2, 3)$, $(4, 3, 1, 2)$, $(4, 3, 2, 1)$

$\therefore$ 9 가지

14. 남학생 5 명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400 가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n+1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 : $(n+1)!$
여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n+1)! \times 5! = 86400$
$\therefore (n+1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$
$\therefore n = 5$

15. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$\therefore \dfrac{5!}{2!} = 60$

16. 5 개의 숫자 $0, 1, 2, 3, 4$ 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때,9 의 배수의 개수는?

① 6　② 12　③ 15　④ 18　⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다. $0, 1, 2, 3, 4$ 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은 $(2, 3, 4)$ 뿐이다. $2, 3, 4$ 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는 $3! = 6$

17. 여섯 개의 수 3, 4, 5, 6, 7, 8 에서 서로 다른 두 수 p, q 를 택하여 이차방정식 $px^2 + qx = 0$ 을 만들 때, 만들 수 있는 집합 $A = \{x | px^2 + qx = 0\}$ 의 개수는?

① 22　② 23　③ 24　④ 25　⑤ 26

해설

6 개의 수 중에서 2 개를 택하여 p, q 에 나열하는 경우의 수를 생각한다.
${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$ 개.
이 중에서 $p = 3, q = 6$ 인 경우와 $p = 4, q = 8$ 인 경우의 해는 같아진다.
따라서 이와 같은 경우를 찾으면,
$p = 6, q = 3$과 $p = 8, q = 4$
$p = 3, q = 4$과 $p = 6, q = 8$
$p = 4, q = 3$과 $p = 8, q = 6$
이므로 구하고자 하는 경우의 수는
$30 - 4 = 26$(개) 이다.

18. 3 개의 증권회사, 3 개의 통신회사, 4 개의 건설회사가 있다. 증권, 통신, 건설 각 업종별로 적어도 하나의 회사를 선택하여 총 4 개의 회사에 입사원서를 내는 경우의 수는?

① 120 ② 126 ③ 132 ④ 138 ⑤ 144

해설

(i) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 2개, 1개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는
$_3C_2 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 36$(가지)

(ii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개, 2개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는
$_3C_1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_1 = 36$(가지)

(iii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개, 1개, 2개 의 회사를 선택하는 경우의 수는
$_3C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_2 = 54$(가지)

따라서, 구하는 경우의 수는 $36 + 36 + 54 = 126$(가지)

19. 서로 다른 5 개의 풍선과 3 개의 깃발이 있다. 이 중에서 3 개의 풍선과 2 개의 깃발을 일렬로 배열하여 신호를 보내려고 할 때, 그 방법의 수는?

① 1200 가지 ② 1800 가지 ③ 2400 가지
④ 3000 가지 ⑤ 3600 가지

해설

(i) 5 개의 풍선에서 3 개의 풍선을 택하는 방법의 수는 ${}_5C_3$
(ii) 3 개의 깃발에서 2 개의 깃발을 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2$
(iii) 5 개를 일렬로 배열하는 방법의 수는 5!
따라서 구하는 방법의 수는
${}_5C_3 \times {}_3C_2 \times 5! = 3600$ (가지)

20. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 과일을 1 개, 2 개, 3 개로 나누어 세 학생에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 360 가지

해설

나눈 후 배열하는 방법까지 고려한다.

$\Rightarrow {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$

21. 분수함수 $y = \dfrac{x-4}{x-1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -2 \le x \le 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

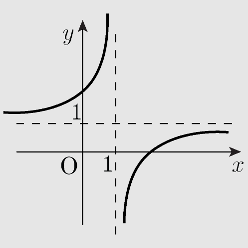
① $\{y \mid -2 \le y \le 0\}$　　② $\{y \mid -2 \le y \le 2\}$

③ $\{y \mid -2 \le y \le 4\}$　　④ $\{y \mid 0 \le y \le 2\}$

⑤ $\{y \mid 2 \le y \le 4\}$

해설

$y = \dfrac{x-4}{x-1} = \dfrac{(x-1)-3}{x-1} = 1 + \dfrac{-3}{x-1}$

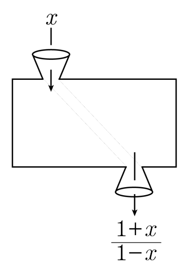


$x = -2$ 일 때, $y = \dfrac{-2-4}{-2-1} = 2$ 이고,

$x = 0$ 일 때, $y = \dfrac{-4}{-1} = 4$ 이므로,

치역은 $\{y \mid 2 \le y \le 4\}$

22. 다음 그림과 같이 x를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$가 나오는 상자가 있다. 이 상자에 x_1을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2, x_2를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3라 한다. 이와 같이 계속하여 x_n을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1}이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$일 때, x_{2000}을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x_1 = -\frac{1}{2}$이면

$$x_2 = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1+2}{1-2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1 + (-3)}{1 - (-3)} = -\frac{1}{2},\ x_6 = \frac{1}{3}, \cdots$$

그러므로 $k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 일 때

$x_{4k+1} = -\frac{1}{2},\ x_{4k+2} = \frac{1}{3},\ x_{4k+3} = 2,\ x_{4k+4} = -3$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$이므로

$x_{2000} = x_4 = -3$

23. 함수 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 할 때, 좌표평면 위에서 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하면?

① $(-1,\ -1)$ ② $(0,\ 0)$ ③ $(1,\ 1)$

④ $(2,\ 2)$ ⑤ $(3,\ 3)$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 서로 역함수이므로
두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 와
직선 $y = x$ 의 교점과 일치한다.
따라서 $\sqrt{2x+3} = x$ 의 양변을 제곱하여
정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0,\ (x+1)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = -1,\ 3$
$x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
즉, 교점의 좌표는 $(3,\ 3)$ 이다.

24. 2010년 대선에 남자 4명, 여자 3명의 후보자가 나왔다. 후보자들의 합동 토론회가 끝난 후 기념 촬영을 할 때, 다음 두 조건을 만족하도록 일렬로 세우는 경우의 수를 구하여라.

(가) 특정한 남자 후보 2명을 양쪽 끝에 세운다. (나) 남자 후보끼리 나란하지 않도록 세운다.

▶ 답: ________ 가지

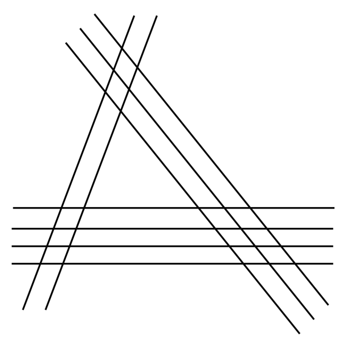
▷ 정답: 24가지

해설

양쪽 끝에 특정한 2명의 남자 후보를 세우는 방법의 수는 2가지이고, 나머지 남자 후보 2명과 여자 후보 3명을 남자 후보가 나란하지 않도록 세우는 방법은 $2! \times 3!$ 이므로

구하는 방법의 수는 $2 \times 2! \times 3! = 24$ (가지)

25. 다음 그림에서 4 개의 선분을 사용하여 만들 수 있는 사다리꼴의 개수를 구하여라. (단, 평행사변형은 제외)



▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 72 개

해설

사다리꼴이 되기 위해서는 한 쌍의 평행한 선분과평행하지 않는 두 선분이 필요하다.

2 개의 평행선이 있는 부분을 A , 세 개의 평행선이 있는 부분을 B , 네 개의 평행선이 있는 부분을 C 라 하자.

① A 에서 2 개, B, C 에서 각 1 개의 선분

: ${}_2C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_1 = 12$

② B 에서 2 개, C, A 에서 각 1 개의 선분

: ${}_2C_1 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_4C_1 = 24$

③ C 에서 2 개, A, B 에서 각 1 개의 선분

: ${}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_2 = 36$

$\therefore$ ① + ② + ③ $= 72$