

1. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

$$\text{점근선은 } x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

2. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2 b^2} = \square$ 이다. $\square$ 에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-ab$

해설

$a^2 > 0$, $b^2 > 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$$

$a > 0$ 일 때, $|a| = a$ 이고

$b < 0$ 일 때, $|b| = -b$

따라서 $\sqrt{a^2 b^2} = a \cdot (-b) = -ab$

3. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x-y)^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{6}$

② $-2\sqrt{6}$

③ $5 + 2\sqrt{6}$

④ $5 - 2\sqrt{6}$

⑤ $10 - 2\sqrt{6}$

해설

$$x + y = \sqrt{5}, \quad x - y = -\sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\therefore (x+y)^2 + (x-y)^2 = 5 + (5 - 2\sqrt{6})$$

$$= 10 - 2\sqrt{6}$$

4. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 수의 차가 3 이상인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

차가 3 이상인 경우는 3, 4, 5 이다. 각각의 경우를 구해 보면

(1) 3 : (4, 1)(5, 2)(6, 3)(1, 4)(2, 5)(3, 6)

(2) 4 : (5, 1)(6, 2)(1, 5)(2, 6)

(3) 5 : (6, 1)(1, 6)

$$\therefore 6 + 4 + 2 = 12$$

5. 서로 다른 동전 두 개와 주사위 한 개를 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는?

① 16

② 20

③ 24

④ 32

⑤ 36

해설

동전을 한 번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 2 가지, 주사위를 한번 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 6 가지 이므로
 $\Rightarrow 2 \times 2 \times 6 = 24$

6. 6의 거듭제곱 중 양의 약수의 개수가 16인 수는?

① 36

② 124

③ 216

④ 365

⑤ 442

해설

$$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \cdot 3^n$$

$$\text{약수의 개수} : (n+1)(n+1) = 16$$

$$\therefore n = 3$$

$$\text{따라서 구하는 수는 } 6^3 = 216$$

7. ${}_nP_2 = 90$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$n(n-1) = 90 = 10 \times 9 \text{ 이므로 } n = 10$$

8. n 명의 학생에게 n 장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 120이다. n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

n 명의 학생에게 n 장의 영화표를 나눠주는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

$$n! = 120$$

$$\therefore n = 5$$

9. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2 \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

10. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a=2, b=3, c=4$$

$$\therefore 2+3+4=9$$

11. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

12. 다음중 함수 $y = -\sqrt{-2x+2}+1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = -\sqrt{-2(x-1)}+1$ 의 그래프는

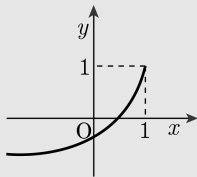
$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한

다음 x 축의 방향으로 1 만큼,

y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로

그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는

제 2 사분면을 지나지 않는다.



13. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

$(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$

$(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$

$(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

$\therefore 9$ 가지

14. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n + 1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 : $(n + 1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n + 1)! \times 5! = 86400$

$$\therefore (n + 1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$$

$$\therefore n = 5$$

15. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24

② 30

③ 60

④ 72

⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

16. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때, 9 의 배수의 개수는?

① 6

② 12

③ 15

④ 18

⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다.
0, 1, 2, 3, 4 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은
(2, 3, 4) 뿐이다. 2, 3, 4 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는
 $3! = 6$

17. 여섯 개의 수 3, 4, 5, 6, 7, 8 에서 서로 다른 두 수 p, q 를 택하여 이차방정식 $px^2 + qx = 0$ 을 만들 때, 만들 수 있는 집합 $A = \{x | px^2 + qx = 0\}$ 의 개수는?

① 22

② 23

③ 24

④ 25

⑤ 26

해설

6 개의 수 중에서 2 개를 택하여 p, q 에 나열하는 경우의 수를 생각한다.

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30 \text{ 개.}$$

이 중에서 $p = 3, q = 6$ 인 경우와 $p = 4, q = 8$ 인 경우의 해는 같아진다.

따라서 이와 같은 경우를 찾으면,

$$p = 6, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 4$$

$$p = 3, q = 4 \text{ 과 } p = 6, q = 8$$

$$p = 4, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 6$$

이므로 구하고자 하는 경우의 수는

$$30 - 4 = 26(\text{개}) \text{ 이다.}$$

18. 3 개의 증권회사, 3 개의 통신회사, 4 개의 건설회사가 있다. 증권, 통신, 건설 각 업종별로 적어도 하나의 회사를 선택하여 총 4 개의 회사에 입사원서를 내는 경우의 수는?

① 120

② 126

③ 132

④ 138

⑤ 144

해설

- (i) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 2개,
1개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_2 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 36(\text{가지})$$

- (ii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개,
2개, 1개 의 회사를 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_1 = 36(\text{가지})$$

- (iii) 증권, 통신, 건설회사에서 각각 1개,
1개, 2개 의 회사를 선택하는 경우의 수는

$${}_3C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_2 = 54(\text{가지})$$

따라서, 구하는 경우의 수는 $36 + 36 + 54 = 126(\text{가지})$

19. 서로 다른 5 개의 풍선과 3 개의 깃발이 있다. 이 중에서 3 개의 풍선과 2 개의 깃발을 일렬로 배열하여 신호를 보내려고 할 때, 그 방법의 수는?

① 1200 가지

② 1800 가지

③ 2400 가지

④ 3000 가지

⑤ 3600 가지

해설

(i) 5 개의 풍선에서 3 개의 풍선을 택하는
방법의 수는 ${}_5C_3$

(ii) 3 개의 깃발에서 2 개의 깃발을 택하는
방법의 수는 ${}_3C_2$

(iii) 5 개를 일렬로 배열하는 방법의 수는 5!
따라서 구하는 방법의 수는

$${}_5C_3 \times {}_3C_2 \times 5! = 3600 \text{ (가지)}$$

20. 서로 다른 과일 6 개에 대하여 과일을 1 개, 2 개, 3 개로 나누어 세 학생에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 360가지

해설

나눈 후 배열하는 방법까지 고려한다.

$$\Rightarrow {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$$

21. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을 바르게 구한 것은?

① $\{y \mid -2 \leq y \leq 0\}$

② $\{y \mid -2 \leq y \leq 2\}$

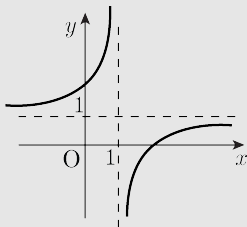
③ $\{y \mid -2 \leq y \leq 4\}$

④ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

해설

$$y = \frac{x-4}{x-1} = \frac{(x-1)-3}{x-1} = 1 + \frac{-3}{x-1}$$



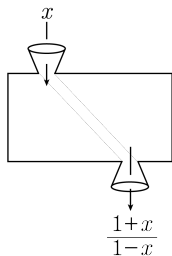
$x = -2$ 일 때, $y = \frac{-2-4}{-2-1} = 2$ 이고,

$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-4}{-1} = 4$ 이므로,

치역은 $\{y \mid 2 \leq y \leq 4\}$

22.

다음 그림과 같이 x 를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$ 가 나오는 상자가 있다. 이 상자에 x_1 을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2 , x_2 를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3 라 한다. 이와 같이 계속하여 x_n 을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1} 이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$ 일 때, x_{2000} 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x_1 = -\frac{1}{2} \text{이면}$$

$$x_2 = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1 + (-3)}{1 - (-3)} = -\frac{1}{2}, x_6 = \frac{1}{3}, \dots$$

그러므로 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 일 때

$$x_{4k+1} = -\frac{1}{2}, x_{4k+2} = \frac{1}{3}, x_{4k+3} = 2, x_{4k+4} = -3$$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$ 이므로

$$x_{2000} = x_4 = -3$$

23. 함수 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 할 때, 좌표평면 위에서 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하면?

① $(-1, -1)$

② $(0, 0)$

③ $(1, 1)$

④ $(2, 2)$

⑤ $(3, 3)$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 서로 역함수이므로
두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 와
직선 $y = x$ 의 교점과 일치한다.

따라서 $\sqrt{2x+3} = x$ 의 양변을 제곱하여
정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$

$\therefore x = -1, 3$

$x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

즉, 교점의 좌표는 $(3, 3)$ 이다.

24. 2010년 대선에 남자 4명, 여자 3명의 후보자가 나왔다. 후보자들의 합동 토론회가 끝난 후 기념 촬영을 할 때, 다음 두 조건을 만족하도록 일렬로 세우는 경우의 수를 구하여라.

(가) 특정한 남자 후보 2명을 양쪽 끝에 세운다.
(나) 남자 후보끼리 나란하지 않도록 세운다.

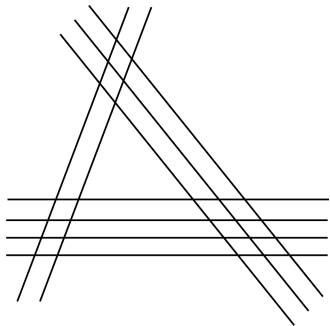
▶ 답: 가지

▷ 정답: 24가지

해설

양쪽 끝에 특정한 2명의 남자 후보를 세우는 방법의 수는 2가지이고, 나머지 남자 후보 2명과 여자 후보 3명을 남자 후보가 나란하지 않도록 세우는 방법은 $2! \times 3!$ 이므로 구하는 방법의 수는 $2 \times 2! \times 3! = 24$ (가지)

25. 다음 그림에서 4 개의 선분을 사용하여 만들 수 있는 사다리꼴의 개수를 구하여라. (단, 평행사변형은 제외)



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

사다리꼴이 되기 위해서는 한 쌍의 평행한 선분과 평행하지 않는 두 선분이 필요하다.

2 개의 평행선이 있는 부분을 A, 세 개의 평행선이 있는 부분을 B, 네 개의 평행선이 있는 부분을 C 라 하자.

① A 에서 2 개, B, C 에서 각 1 개의 선분

$$: {}_2C_2 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_1 = 12$$

② B 에서 2 개, C, A 에서 각 1 개의 선분

$$: {}_2C_1 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_4C_1 = 24$$

③ C 에서 2 개, A, B 에서 각 1 개의 선분

$$: {}_2C_1 \cdot {}_3C_1 \cdot {}_4C_2 = 36$$

$$\therefore ① + ② + ③ = 72$$