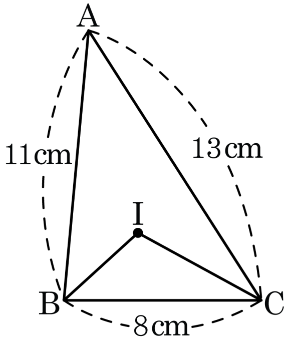
1. 삼각형ABC 에서 점 I 는 내심이고 $\triangle\mathrm{ABC} = 48\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{IBC}$ 의 넓이는?



① $8\,\mathrm{cm}^2$　② $12\,\mathrm{cm}^2$　③ $14\,\mathrm{cm}^2$

④ $16\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $18\,\mathrm{cm}^2$

해설

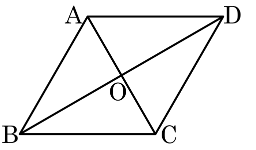
$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

$= \frac{1}{2}r(11+13+8) = 48$

$r = 3\,\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{IBC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12(\,\mathrm{cm}^2)$

2. 다음 그림의 □ABCD 가 항상 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것을 보기에서 골라라.



보기

㉠ $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,\text{cm}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=6\,\text{cm}$

㉡ $\angle A=110\,°$, $\angle B=70\,°$, $\angle D=70\,°$

㉢ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점)

㉣ $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,\text{cm}$

㉤ $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AB}//\overline{DC}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

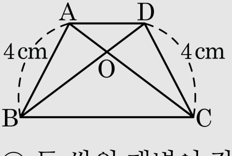
해설

㉠ 두 쌍의 대변의 길이는 같으므로 평행사변형이 된다.

㉡ 사각형의 내각의 합은 $360\,°$ 이므로 $\angle C=110\,°$ 이다. 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.

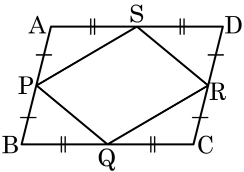
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

㉣ (반례) 등변사다리꼴



㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

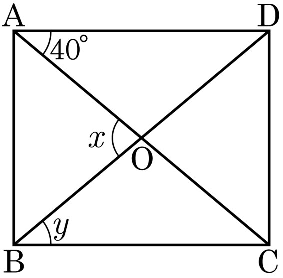
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

4. 다음 직사각형 ABCD 에서 $5\angle x - 2\angle y$ 의 크기를 구하면?



▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 320 °

해설

$\triangle OAD$ 는 이등변 삼각형이므로 $\angle x = 40° + 40° = 80°$ 이다.
$\triangle OAD \equiv \triangle OBC$ 이므로 $\angle y = 40°$ 이다.
따라서 $5\angle x - 2\angle y = 5 \times 80° - 2 \times 40° = 320°$ 이다.

5. 1에서 20까지의 숫자가 적힌 20개의 구슬에서 임의로 1개를 꺼낼 때, 3의 배수 또는 4의 배수가 나오는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 10가지

해설

3의 배수의 숫자가 나오는 경우는
3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지
4의 배수의 숫자가 나오는 경우는
4, 8, 12, 16, 20의 5가지
12는 3의 배수이면서 4의 배수이므로
구하고자 하는 경우의 수는 $6+5-1=10$(가지)이다.

6. 2, 3, 5, 7, 11의 수가 각각 적힌 5장의 카드에서 2장을 뽑아서 만들 수 있는 분수는 모두 몇 개인가?

① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

5장의 카드 중에 분모에 들어가는 경우의 수는 5지, 분자에 들어가는 경우의 수는 4가지 이므로 만들어 지는 분수의 경우의 수는 $5 \times 4 = 20$(개)이다.

7. 4 장의 카드의 앞면과 뒷면에 각각 0 과 1, 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 이라는 숫자가 적혀 있다. 이 4 장의 카드를 한 줄로 늘어놓아 4 자리 정수를 만들 때의 경우의 수를 구하면?

① 48 가지 ② 120 가지 ③ 240 가지

④ 336 가지 ⑤ 720 가지

해설

0 과 1 이 적힌 카드에서 1 이 나온 경우 : $4\times3\times2\times1\times2^3 = 192$(가지)

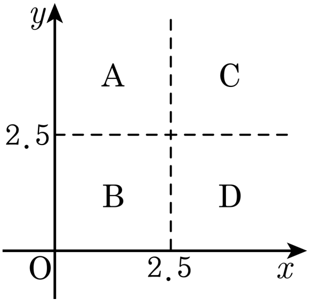
0 과 1 이 적힌 카드에서 0 이 나온 경우 : $3\times3\times2\times1\times2^3 = 144$(가지)

(2^3 은 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 카드가 뒤집어 지는 경우)

따라서 4 자리 정수가 만들어지는 경우의 수는 $192 + 144 = 336$(가지) 이다.

8. 다음 조건에서 점의 좌표가 B 에 있을 확률을 구하면?

두 개의 주사위를 동시에 던졌을 때, 첫 번째 주사위에 나온 눈의 수를 a , 두번째 주사위에 나온 눈의 수를 b 라고 하고 a 를 x 좌표, b 를 y 좌표로 하는 점을 $(a,\ b)$ 라고 한다.

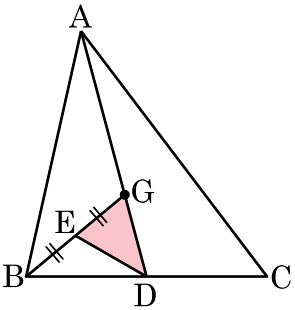


① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

해설

a 값이 2.5 미만이면 $a = 1,\ 2$ 의 값을 가질 수 있고, b 값이 2.5 미만이면 $b = 1,\ 2$ 의 값을 갖는다. 따라서 만들 수 있는 점의 좌표는 $2 \times 2 = 4$ (개)이다. 따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\overline{EB} = \overline{EG}$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 $24 cm^2$일 때, $\triangle GDE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : 2 $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle GBD = \frac{1}{6}\triangle ABC = 4(cm^2)$

$\overline{GE} : \overline{EB} = 1 : 1$ 이므로

$\triangle GDE = \frac{1}{2}\triangle GBD = 2(cm^2)$이다.

10. $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$ 인 직사각형 ABCD 에서 변 BC 위의 점 P 와 변 AD 위의 점 Q 에 대하여 사각형 APCQ가 마름모일 때, 마름모 APCQ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{13}{3}$

해설

마름모는 네 변의 길이가 같으므로 $\overline{AP} = x$ 로 놓으면

$\overline{PC} = x,\ \overline{BP} = 3 - x$

$\triangle ABP$ 에서 $\overline{AP}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BP}^2$ 이므로

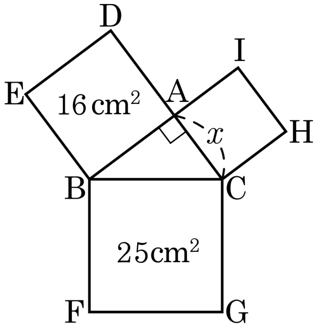
$2^2 + (3 - x)^2 = x^2$

$6x = 13$

$\therefore\ x = \dfrac{13}{6}$

따라서 마름모 APCQ 의 넓이는 $\dfrac{13}{6} \times 2 = \dfrac{13}{3}$ 이다.

11. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값을 구하여라.

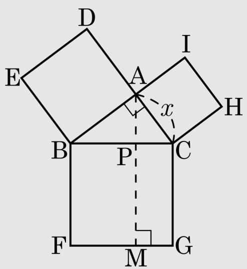


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{BC}$ 와 수직인 $\overline{AM}$ 을 그을 때 $\overline{BC}$ 와의 교점을 P 라고 하면, □BFMP = □EBAD, □PMGC = □IACH 이다.



□PMGC $= 25\,\text{cm}^2 - 16\,\text{cm}^2 = 9\,\text{cm}^2 =$ □ACHI 이다. 그러므로 $x = 3\,\text{cm}$ 이다.

12. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$ 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $b^2 - a^2 = c^2$ 이면 $\angle C = 90°$ 이다.

② $\angle C = 45°$ 이면 $c^2 < a^2 + b^2$ 이다.

③ $\angle B = 100°$ 이면 $b^2 > a^2 + c^2$ 이다

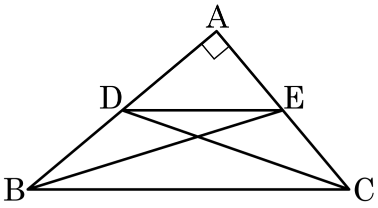
④ $\angle A = 90°$ 이면 $a^2 = b^2 + c^2$ 이다

⑤ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

해설

① $b^2 = a^2 + c^2$ 에서 빗변이 b 가 되므로 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DC} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 를 구하여라.



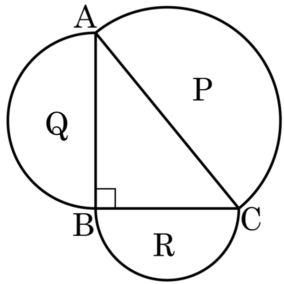
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$7^2 - 5^2 = \overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 이므로 $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 49 - 25 = 24$

14. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $P^2 = Q^2 + R^2$
㉡ $Q = P - R$
㉢ $P = 2(Q - R)$
㉣ $P = Q + R$
㉤ $P = Q - R$

▶ 답 :

▶ 답 :

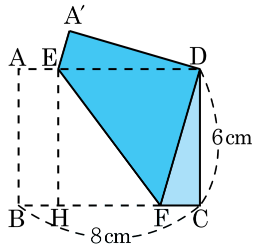
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$P = Q + R$ 이므로 옳은 것은
㉡$Q = P - R$, ㉣ $P = Q + R$ 뿐이다.

15. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\,\text{cm}$

② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\,\text{cm}$

④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$, $x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore\ \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

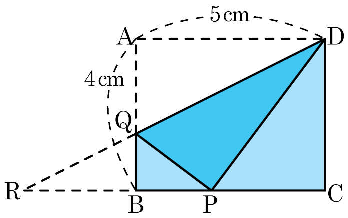
$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\,\text{cm}$

16. 다음 그림과 같이 □ABCD 를 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD}=5\text{cm}$, $\overline{AB}=4\text{cm}$ 일 때, △DPR 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 20cm^2 ③ 30cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$\overline{DP}=5(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CP}=3(\text{cm})$

따라서, $\overline{BP}=2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ}=\overline{AQ}=x(\text{cm})$ 로 놓으면

$\overline{BQ}=(4-x)\text{cm}$

△QBP 에서 $x^2=(4-x)^2+2^2$ 이므로

$8x=20$

$\therefore\ x=2.5(\text{cm})$

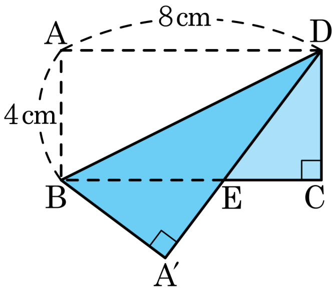
△DAQ ∽ △RBQ (AA 닮음)이므로

$5:\overline{RB}=2.5:1.5$

$\therefore \overline{RB}=3(\text{cm}),\ \overline{RP}=3+2=5(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle DPR=\frac{1}{2}\times 5\times 4=10(\text{cm}^2)$

17. 가로의 길이가 $8\,\text{cm}$, 세로의 길이가$4\,\text{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때,$\overline{\text{EC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $3\,\text{cm}$

해설

$\triangle\text{DCE}$ 와 $\triangle\text{BA}'\text{E}$ 에서

$\angle\text{DCE} = \angle\text{BA}'\text{E} = 90°$

$\angle\text{BEA}' = \angle\text{DEC}$(맞꼭지각)

$\overline{\text{BA}'} = \overline{\text{DC}}$ 이므로

$\triangle\text{DCE} \equiv \triangle\text{BA}'\text{E}$

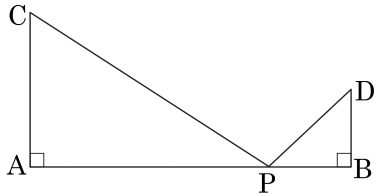
따라서 $\overline{\text{EC}} = x(\text{ cm})$ 일 때,

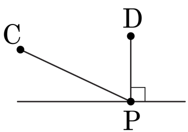
$\overline{\text{A}'\text{E}} = x\,\text{cm}$,$\overline{\text{BE}} = 8 - x(\text{ cm})$

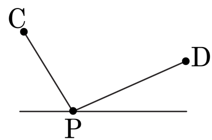
$(8 - x)^2 = x^2 + 4^2$

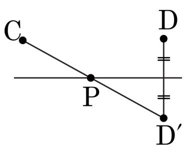
따라서 $x = 3\,\text{cm}$ 이다.

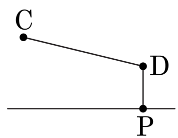
18. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

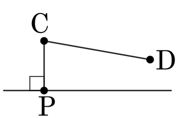


①


②


③


④


⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

19. ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅅ, ㅇ의 5개의 자음과 ㅏ, ㅓ, ㅗ, ㅐ, ㅔ의 5개의 모음이 있다. 자음 1개와 모음 1개를 짝지어 만들 수 있는 글자는 모두 몇 가지인가?

① 15가지　② 20가지　③ 25가지
④ 30가지　⑤ 40가지

해설

자음 1개를 뽑는 경우의 수 : 5가지
모음 1개를 뽑는 경우의 수 : 5가지
$\therefore\ 5 \times 5 = 25$(가지)

20. 1, 3, 5, 7, 9, $\cdots$, 99 의 숫자가 적힌 카드에서 임의의 카드 하나를 뽑을 때, 그 카드가 짝수일 확률을 a, 홀수일 확률을 b라 하면 $a+2b$의 값은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

카드에 적힌 숫자는 모두 홀수이므로 $a = 0$, $b = 1$이므로 $a+2b = 0+2 = 2$이다.

21. 아래의 사건들이 동시에 일어날 확률은?

- 두 개의 동전이 모두 앞면이 나올 확률
- 주사위 한 개를 던졌을 때, 소수가 나올 확률
- 검은 공 3 개와 흰 공 2 개 중에 한 개를 뽑았을 때, 흰 공이 나올 확률
- 반드시 일어나는 사건의 확률

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{30}$ ④ $\frac{1}{40}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

해설

두 개의 동전이 모두 앞면이 나올 경우는 (앞, 뒤), (앞, 앞), (뒤, 뒤), (뒤, 앞) 의 4 가지 경우 중에 1 가지 경우이므로 확률은 $\frac{1}{4}$ 이고, 주사위 한 개를 던졌을 때, 소수는 $2, 3, 5$ 이므로 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

흰 공이 나올 확률은 전체 5 개 중에 2 개를 뽑는 경우이므로 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다.

반드시 일어나는 사건의 확률은 1 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times 1 = \frac{1}{20}$ 이다.

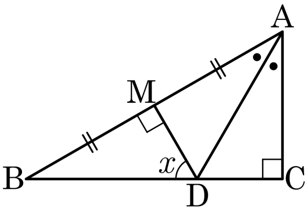
22. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 처음에는 홀수의 눈, 두 번째는 소수의 눈, 세 번째는 6 의 약수의 눈이 나올 확률을 구하면?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $45°$　② $50°$　③ $55°$　④ $60°$　⑤ $65°$

해설

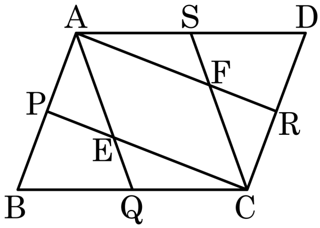
$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠

$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $3x = 180°$

$\therefore \angle x = 60°$

24. 평행사변형 ABCD 에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 그림에서 생기는 평행사변형은 □ABCD 를 포함해서 몇 개인지를 구하여라.

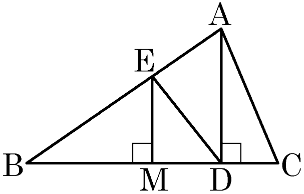


① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

□ABCD, □AQCS, □APCR, □AECF

25. 다음 그림에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{EM} \perp \overline{BC}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 60cm^2일 때, $\square AEDC$의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 40cm^2

해설

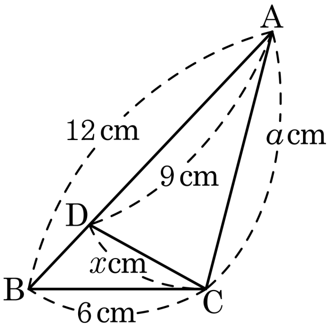
$\overline{EM}$과 $\overline{AD}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{EM} /\!/ \overline{AD}$

따라서 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle AED = \triangle AMD$이다.

$\square AEDC = \triangle AED + \triangle ADC = \triangle AMD + \triangle ADC = \triangle AMC$

$\therefore \square AEDC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC = 30\text{cm}^2$

26. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = a\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, x의 값을 a에 관하여 나타내면?

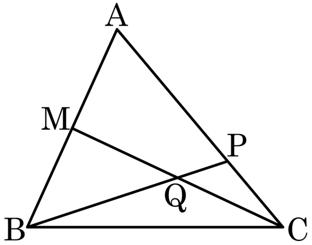


① $3a$ ② $\frac{2a}{3}$ ③ $\frac{a}{2}$ ④ $\frac{a}{3}$ ⑤ $2a$

해설

$\angle B$ 는 공통, $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BA} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle BDC \backsim \triangle BCA$(SAS닮음)
닮음비가 $1 : 2$ 이므로 $x : a = 1 : 2$
$\therefore\ x = \frac{a}{2}$

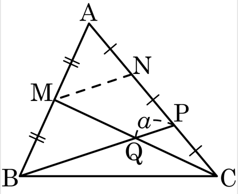
27. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PC} = 2 : 1$ 일 때, $\overline{PQ} : \overline{PB}$ 는?



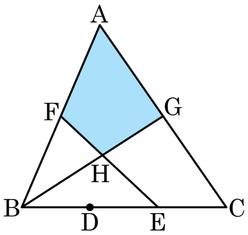
① 1 : 3 ② 1 : 4 ③ 2 : 3 ④ 2 : 5 ⑤ 3 : 5

해설

$\overline{AP}$ 의 중점을 N 이라하고 $\overline{PQ} = a$하면, $\overline{MN} = 2a$ 이고, $\overline{BP} = 4a$ 이므로,
$\overline{PQ} : \overline{PB} = a : 4a = 1 : 4$ 이다.



28. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 F, G 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다. $\triangle FBH = 8\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square AFHG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 F, G 를 이으면 $\overline{FG} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle FHG \backsim \triangle EHB$

$\overline{FG} : \overline{BE} = 3 : 4$

$\triangle FHG : \triangle FBH = 3 : 4$

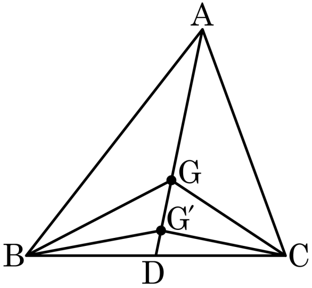
$\triangle FHG = 6\ (\mathrm{cm}^2)$

$\overline{AF} = \overline{BF}$ 이므로

$\triangle AFG = \triangle GFB = 8 + 6 = 14\ (\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square AFHG = 14 + 6 = 20\ (\mathrm{cm}^2)$

29. 다음 그림에서 점 G 와 G′ 은 각각 △ABC 와 △GBC 의 무게중심일 때, $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D}$는?



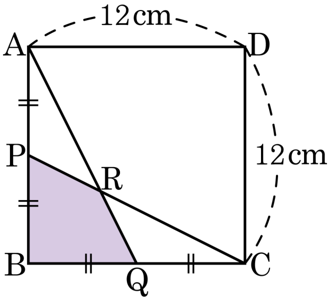
① 2 : 1 : 1 ② 3 : 2 : 1 ③ 4 : 2 : 1

④ 5 : 2 : 1 ⑤ 6 : 2 : 1

해설

점 G 와 G′ 은 각각 △ABC 와 △GBC 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다.
$\overline{GG'} = 2\overline{G'D}$, $\overline{AG} = 6\overline{G'D}$ 이므로 $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D} = 6 : 2 : 1$ 이다.

30. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 두 변 AB, BC 의 중점을 각각 P ,Q 라 하고 $\overline{AQ}$ 와 $\overline{PC}$ 의 교점을 R 라 할 때, □PBQR 의 넓이는?



① $20\mathrm{cm}^2$　② $22\mathrm{cm}^2$　③ $24\mathrm{cm}^2$　④ $26\mathrm{cm}^2$　⑤ $28\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle$ABC 에서, 점 R 은 두 중선의 교점이므로 점 R은 $\triangle$ABC 의 무게중심이므로 $\overline{CR} : \overline{RP} = 2 : 1$

$\triangle \mathrm{PBC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36(\mathrm{cm}^2)$

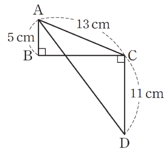
$\triangle \mathrm{RBC} = \frac{2}{3} \times 36 = 24(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle \mathrm{RQC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ □PBQR $= \triangle \mathrm{PBC} - \triangle \mathrm{RQC} = 36 - 12 = 24(\mathrm{cm}^2)$

31.

오른쪽 그림에서 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ 이고, $\overline{AB} = 5$ cm, $\overline{AC} = 13$ cm, $\overline{CD} = 11$ cm 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20cm

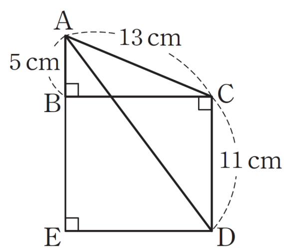
해설

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144$

$\therefore \overline{BC} = 12$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle AED$ 에서 $\overline{ED} = \overline{BC} = 12$ cm,

$\overline{AE} = 5 + 11 = 16$ (cm) 이므로

$\overline{AD}^2 = 12^2 + 16^2 = 400$

$\therefore \overline{AD} = 20$ (cm)

32. A 시에서 B 시로 가는 길이 4가지, B 시에서 C 시로 가는 길은 3가지가 있다. A 시에서 B 시를 거쳐서 C로 갔다가 돌아올 때, 갔던 길은 돌아오지 않고, 다시 B 시를 거쳐 A 시로 돌아오는 방법은 몇 가지인가?

① 18가지　　② 24가지　　③ 36가지

④ 72가지　　⑤ 80가지

해설

갈 때 $A \to B \to C$: $4 \times 3 = 12$(가지)

돌아올 때 $C \to B \to A$: $2 \times 3 = 6$(가지)

따라서 $12 \times 6 = 72$(가지)이다.

33. 0 에서부터 5 까지의 숫자가 적힌 6 장의 카드 중 3 장의 카드로 세 자리의 정수를 만들 때, 5 의 배수가 되는 경우의 수를 구하면?

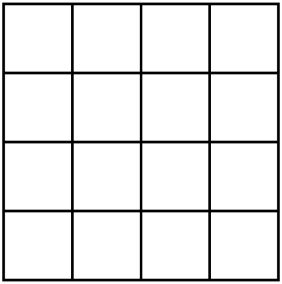
① 12 가지　　② 27 가지　　③ 30 가지

④ 36 가지　　⑤ 42 가지

해설

5 의 배수는 일의 자리가 0 또는 5 인 경우이므로
일의 자리가 0 일 때, 남은 카드가 1, 2, 3, 4, 5 이므로 백의 자리에 놓일 수 있는 수의 경우의 수는 5 가지, 십의 자리에 놓일 수 있는 수의 경우의 수는 4 가지이므로 $5 \times 4 = 20$ (가지) 가 나오고, 일의 자리가 5 일 때, 남은 카드가 0, 1, 2, 3, 4 이므로 백의 자리에는 0 을 제외한 4 가지, 십의 자리에 백의 자리에 사용한 카드를 뺀 4 가지이므로 $4 \times 4 = 16$ (가지) 가 나온다.
따라서 5 의 배수가 되는 경우의 수는 $20 + 16 = 36$ (가지) 이다.

34. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 4 등분하여 얻은 도형이다. 이 도형에 포함되어 있는 정사각형이 아닌 직사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 70 개

해설

(1) 만든 수 있는 직사각형의 개수 :

$$\frac{5\times4}{2}\times\frac{5\times4}{2}=100(\text{가지})\cdots㉠$$

(2) 정사각형의 개수를 구하면

① (한 변의 길이가 1 인 정사각형의 개수) = (가로 4가지) × (세로 4가지) = 16 가지

② (한 변의 길이가 2 인 정사각형의 개수) = (가로 3가지) × (세로 3가지) = 9 가지

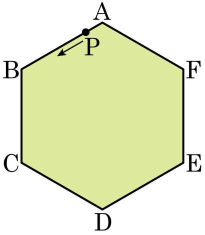
③ (한 변의 길이가 3 인 정사각형의 개수) = (가로 2가지) × (세로 2가지) = 4 가지

④ (한 변의 길이가 4 인 정사각형의 개수) = (가로 1가지) × (세로 1가지) = 1 가지

$\therefore\ 16+9+4+1=30$ (가지) $\cdots$ ㉡

따라서 구하는 경우의 수는 $100-30=70$(개)

35. 다음 그림과 같은 정육각형 ABCDEF의 한 꼭짓점 A를 출발하여, 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 합만큼 화살표 방향의 꼭짓점으로 점 P가 움직인다. 이때, 주사위를 두 번 던져서 점 P가 점 F에 오게 될 확률을 구하면?

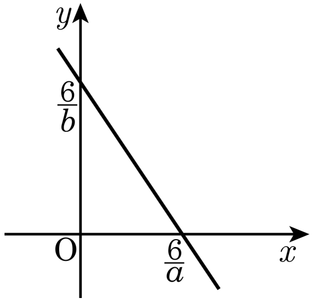


① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{36}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설

점 D가 점 F에 오려면 주사위의 눈의 합이 5또는 11이어야 한다.
합이 5 인 경우는 $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$로 4가지이고,
합이 11인 경우는 $(5,\ 6)$, $(6,\ 5)$로 2가지이다.
따라서 구하고자 하는 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

36. 다음 그림은 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 a, b 라고 할 때, 직선 $ax+by=6$ 의 그래프를 그린 것이다. 이 때, 이 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 9가 될 확률을 구하면?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

$ax+by=6$ 에서 x 절편은 $y=0$ 일 때 x 의 값인 $\frac{6}{a}$ 이고 y 절편은 $x=0$ 일 때 y의 값인 $\frac{6}{b}$ 이다. 그러므로 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{6}{a}\times\frac{6}{b}=9,\ 9ab=18,\ ab=2$ 이다.

따라서 $(a,b)=(1,\ 2),\ (2,\ 1)$ 의 2 가지이다.

두 개의 주사위를 던지면 나오는 경우의 수는 $6\times6=36$ (가지)

이므로 구하려는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

37. 명수가 학교에서 수업을 마치고 집에 돌아갔을 때 형이 집에 있을 확률은 $\frac{3}{5}$, 동생이 집에 없을 확률은 $\frac{5}{12}$, 누나가 집에 없을 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다. 그렇다면 형, 누나, 동생 중 적어도 한 명이 집에 있을 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{11}{12}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

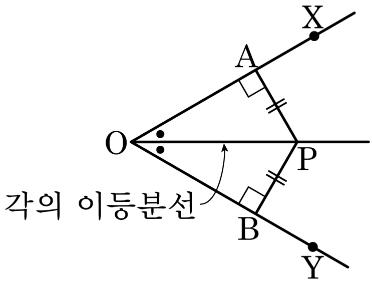
해설

형이 집에 없을 확률은 $\frac{2}{5}$, 동생이 집에 없을 확률은 $\frac{5}{12}$, 누나가 집에 없을 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

적어도 한 명이 집에서 있을 확률은 $1-\left(\frac{2}{5}\times\frac{5}{12}\times\frac{1}{2}\right)=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$ 이다.

38. 다음을 증명할 때 사용된 합동조건을 말하여라.

'각의 이등분선 위의 임의의 점은 그 각의 두 변에서 같은 거리에 있다.'
다음 그림과 같이 $\angle XOY$의 이등분선 위의 한 점 P에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 각각 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$이다.

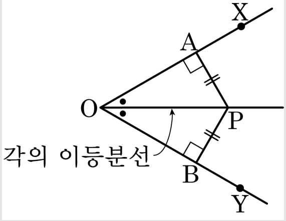


▶ 답 : 합동

▷ 정답 : RHA 합동

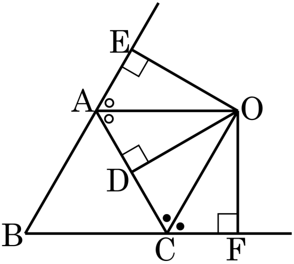
해설

[증명] 다음 그림에서



$\angle AOP = \angle BOP$,
$\angle OAP = \angle OBP = 90°$,
빗변 OP는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHA 합동)
$\therefore \ \overline{AP} = \overline{BP}$

39. 아래 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, O 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, 다음 중 성립하지 <u>않는</u> 것은 고르면?



① $\angle DOC = \angle FOC$

② $\angle AOD = \angle COD$

③ $\overline{AE} + \overline{CF} = \overline{AC}$

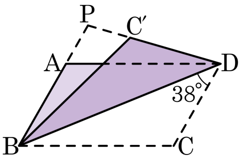
④ $\triangle EOA \equiv \triangle DOA$

⑤ $\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF}$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle AOD$(RHA 합동),
$\triangle COD \equiv \triangle COF$(RHA 합동)

40. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 할 때, $\angle P$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{104^\circ}$

해설

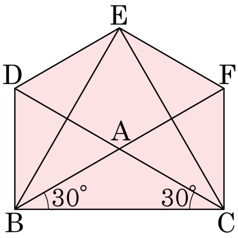
$\angle C'DB = \angle CDB = 38^\circ$

$\angle ABD = \angle BDC = 38^\circ$ (엇각)

$\triangle PBD$ 에서

$\angle P = 180^\circ - 38^\circ \times 2 = 104^\circ$

41. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 30°$, $\angle ACB = 30°$이고 $\triangle ABC$의 각 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형 ABD, ACF, BCE를 만들 때, $\angle EDA$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 60°

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$, $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$이므로

$\triangle DBE \equiv \triangle FEC$이다.

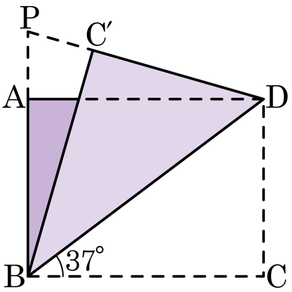
$\overline{DE} = \overline{FC} = \overline{AF}$, $\overline{DA} = \overline{DB} = \overline{EF}$

따라서 $\square AFED$는 평행사변형이다.

$\square AFED$가 평행사변형이므로

$\angle DAF = 120°$, $\angle EDA = 60°$

42. 다음 그림에서 직사각형 ABCD의 대각선BD를 접는 선으로 하여 점 C가 점 C′에 오도록 접었다. $\overline{AB}$와$\overline{DC'}$의 연장선과의 교점을 P라 하고 $\angle DBC = 37°$일 때, $\triangle PBD$는 어떤 삼각형 인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

$\triangle BCD \equiv \triangle BC'D$

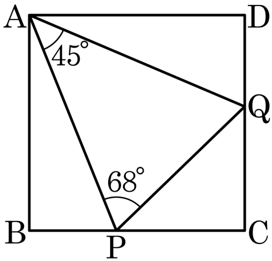
$\angle CBD = \angle C'BD = 37°$

$\angle C'DB = 180° - (90° + 37°) = 53°$

$\angle ABD = 90° - 37° = 53°$

따라서 $\triangle PBD$는 두 밑각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.

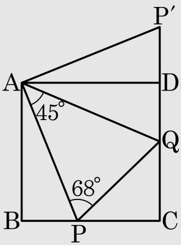
43. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\angle APQ = 68°$, $\angle PAQ = 45°$ 일 때, $\angle AQD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 67°

해설



$\triangle ABP$ 를 $\overline{AD}$ 위에 붙이면

$\angle PAQ = \angle P'AQ = 45°$

$\overline{AP} = \overline{AP'}$, $\overline{AQ}$는 공통

$\triangle APQ \equiv \triangle AP'Q$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AQD = 180° - (68° + 45°) = 67°$

44. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

$$\overline{AB} // \overline{DC},\ \overline{AB} = \overline{DC},\ \ A = 90°,\ \overline{AC} \perp \overline{BD}$$

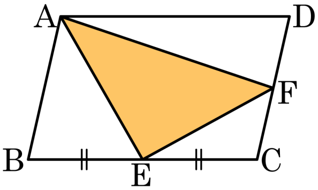
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABCD는 직사각형과 마름모의 성질을 모두 가지므로 정사각형이다.

45. 다음의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 40\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $15\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

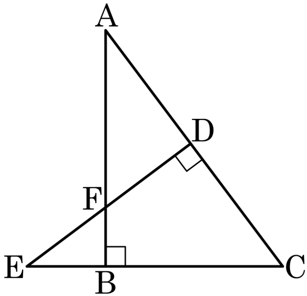
$$\triangle ABE = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 40 = 10\,(\mathrm{cm}^2)$$

$$\triangle AFD = \frac{1}{4}\square ABCD = 10\,(\mathrm{cm}^2)$$

$$\triangle FEC = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 40 = 5\,(\mathrm{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle AEF$$
$$= \square ABCD - (\triangle ABE + \triangle AFD + \triangle FEC)$$
$$= 40 - (10 + 10 + 5) = 15\,(\mathrm{cm}^2)$$

46. 다음 그림에서 $\angle\mathrm{FDC} = \angle\mathrm{FBC} = 90°$, $\overline{\mathrm{AF}} = 15$, $\overline{\mathrm{DF}} = 9$, $\overline{\mathrm{FB}} = 5$, $\overline{\mathrm{AC}} = 25$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 150

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{EDC}$ 에서

$\angle\mathrm{A}$ 가 공통, $\angle\mathrm{FDC} = \angle\mathrm{FBC} = 90°$

$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{ADF}$ (AA 닮음)

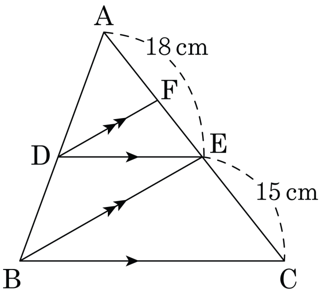
$\overline{\mathrm{DF}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AF}} : \overline{\mathrm{AC}}$

$9 : \overline{\mathrm{BC}} = 15 : 25$

$\overline{\mathrm{BC}} = 15$

따라서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는 $20 \times 15 \times \frac{1}{2} = 150$ 이다.

47. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$, $\overline{BE}//\overline{DF}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{90}{11}$ cm

해설

$\overline{BC}//\overline{DE}$ 이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$($AA$ 닮음)

즉, $\overline{AD} : \overline{DB} = 18 : 15 = 6 : 5$

$\overline{BE}//\overline{DF}$ 이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABE$($AA$ 닮음)

즉, $\overline{AF} : \overline{FE} = \overline{AD} : \overline{DB} = 6 : 5$

$\therefore\ \overline{EF} = 18 \times \dfrac{5}{11} = \dfrac{90}{11}$(cm)

48.

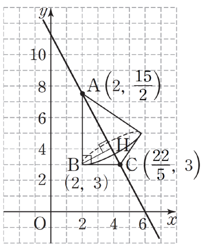
좌표평면 위의 세 점 $A\left(2,\ \frac{15}{2}\right)$, $B(2,\ 3)$, $C\left(\frac{22}{5},\ 3\right)$에 대하여 $\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때, 생기는 입체도형의 부피를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{648}{85}\pi$

해설

$\triangle ABC$를 직선 AC를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\frac{15}{2}-3=\frac{9}{2}$,

$\overline{BC}=\frac{22}{5}-2=\frac{12}{5}$이므로

$\overline{AC}^2=\left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{2601}{100}\qquad \therefore\ \overline{AC}=\frac{51}{10}$

점 B에서 직선 AC에 내린 수선이 발을 H라 하면

$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$이므로 $\frac{9}{2}\times\frac{12}{5}=\frac{51}{10}\times\overline{BH}$

$\therefore\ \overline{BH}=\frac{36}{17}$

$\therefore$ (부피)

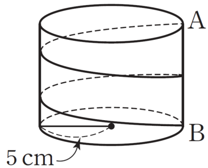
$$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AH}+\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{CH}$$

$$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\overline{AC}$$

$$=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{36}{17}\right)^2\times\frac{51}{10}=\frac{648}{85}\pi$$

49.

오른쪽 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 5 cm인 원기둥에서 점 B에서 출발하여 옆면을 따라 두 바퀴 돌아서 점 A에 이르는 최단 거리가 $\frac{41}{2}\pi$ cm일 때, 원기둥의 높이를 구하시오.



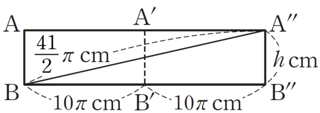
▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\frac{9}{2}\pi$cm

해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 5 = 10\pi$ (cm)

원기둥의 높이를 h cm라 하면



위의 전개도에서

$$h^2 = \left(\frac{41}{2}\pi\right)^2 - (20\pi)^2 = \frac{81}{4}\pi^2 \qquad \therefore\ h = \frac{9}{2}\pi$$

따라서 원기둥의 높이는 $\frac{9}{2}\pi$ cm이다.

50. 두 개의 주머니에 각각 자연수가 적혀 있는 카드들이 들어 있다. 각 주머니에서 카드를 한 장씩 뽑았을 때, 쓰여진 숫자가 홀수일 확률이 각각 $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{7}$ 이다. 이때 뽑은 두 숫자의 합이 짝수일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{21}$

해설

$$\frac{1}{3}\times\frac{3}{7}+\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{3}{7}\right)$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{3}{7}+\frac{2}{3}\times\frac{4}{7}$$
$$=\frac{3}{21}+\frac{8}{21}=\frac{11}{21}$$