

1. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

① 218 ② 226 ③ 231 ④ 238 ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4) \times 8 + (2 + 8) = 226$

2. 다음에서 옳은 것을 고르면?

- ① 0 이 아닌 모든 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ② 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.
- ⑤ 분모의 인수가 소수로만 되어 있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ② 유한소수는 전부 유리수
- ③ 순환소수는 분수 형태로 전환가능
- ④ 순환소수도 정수가 아닌 유리수이다.
- ⑤ 분모의 소인수가 2나 5로만 이루어진 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

3. $-11 < 3a - 5 < 7$, $-5 < 2b + 9 < -1$ 일 때, $a - b$ 의 범위는?

① $-9 < a - b < 3$

② $-3 < a - b < 3$

③ $-9 < a - b < -1$

④ $3 < a - b < 11$

⑤ $-3 < a - b < 11$

해설

$-11 < 3a - 5 < 7 \rightarrow -2 < a < 4 \cdots \textcircled{㉠}$

$-5 < 2b + 9 < -1 \rightarrow -7 < b < -5 \cdots \textcircled{㉡}$ 이라 하면

$\textcircled{㉡}$ 에서 각각의 변에 -1 을 곱하면

$5 < -b < 7 \cdots \textcircled{㉢}$ 이다.

따라서 $\textcircled{㉠} + \textcircled{㉢}$ 을 하면 $3 < a - b < 11$ 이다.

4. 어떤 정수의 2 배에 3을 빼었더니 17 보다 큰 수가 되었다. 이와 같은 정수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$2x - 3 > 17$$

$$2x > 20$$

$$\therefore x > 10$$

따라서 $x > 10$ 을 만족하는 것 중 가장 작은 수는 11 이다.

5. 인터넷 서점에서 물건을 구입하려고 한다. 회원이 아니면 1 개 당 8000 원이고 배송료 3000 원을 내야 하는데, 회원가입을 하면 가입비 18000 원을 내고 구입가격을 1 개에 10%를 할인 받고 배송료는 1000 원이라고 한다. 물건을 몇 개 이상 사는 경우에 회원가입을 하는 것이 더 경제적이겠는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

물건의 개수를 x 개라 할 때
 $3000 + 8000x > 18000 + 8000(1 - 0.1)x + 1000$
 $x > 20$

 $\therefore$ 21 개 이상 사는 경우 회원가입 하는 것이 더 경제적이다.

6. 자연수 x, y 에 대하여 연립방정식 $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ 의 해를 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x - 2y = 0$ 을 만족하는 순서쌍은 $(2, 1), (4, 2), (6, 3), \dots$
 $2x + y = 5$ 를 만족하는 순서쌍은 $(1, 3), (2, 1)$ 이므로 두 식을 동시에 만족하는 순서쌍은 $(2, 1)$ 이다.
 $a = 2, b = 1$
 $\therefore a + b = 2 + 1 = 3$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 0.4x - 0.5y = 10 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$ 의 해가 $x = a, y = b$ 일 때, $a + b$

의 값은?

- ① 10 ② -10 ③ 4 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{cases} 0.4x - 0.5y = 10 & \cdots \textcircled{A} \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 & \cdots \textcircled{B} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{A} \times 10, \textcircled{B} \times 6 \text{ 을 하면}$$

$$\begin{cases} 4x - 5y = 100 & \cdots \textcircled{C} \\ 3x + 2y = 6 & \cdots \textcircled{D} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{C} \times 2 + \textcircled{D} \times 5 \text{ 를 하면}$$

$$8x - 10y = 200$$

$$+) \underline{15x + 10y = 30}$$

$$23x = 230$$

$$\therefore x = 10, y = -12$$

$$\text{따라서, } 10 + (-12) = -2$$

8. 다음 중 x 와 y 사이의 관계식이 옳지 않은 것을 고르면?

- ① 밑변의 길이가 $x\text{cm}$, 높이가 $y\text{cm}$ 인 삼각형의 넓이는 16cm^2 이다. $\rightarrow y = \frac{32}{x}$
- ② 시속 $x\text{km}$ 의 속력으로 2km 를 가는데 걸린 시간은 y 시간이다. $\rightarrow y = \frac{2}{x}$
- ③ 들이가 50L 인 물통에 매분 2L 씩 물을 넣을 때, x 분 후의 물의 양은 $y\text{L}$ 이다. $\rightarrow y = 2x$
- ④ 한 장에 50 원인 색종이를 x 장 사고 10000 원을 냈을 때의 거스름돈은 y 원이다. $\rightarrow y = 10000 - 50x$
- ⑤ 80개의 사과를 x 명의 학생이 나누어 가질 때, 한 사람이 갖는 사과의 개수는 y 개이다. $\rightarrow y = \frac{1}{80}x$

해설

⑤ $y = \frac{80}{x}$

9. $3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 81 \times 6^{2x}$ 일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x &= 3^{2x+4} \times (3^2)^{3-x} \times (2^2)^x \\ &= 3^{2x+4} \times 3^{6-2x} \times 2^{2x} \\ &= 3^{10} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 \times 6^{2x} &= 3^4 \times 2^{2x} \times 3^{2x} \\ &= 3^{4+2x} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

10. $x = 1$, $y = 2$ 일 때 다음을 구하여라.

$$\left(\frac{1}{3}xy^2\right) \div \left(\frac{1}{9}xy^3\right) \times \frac{1}{2}xy^2$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\frac{1}{3}xy^2 \times \frac{9}{xy^3} \times \frac{1}{2}xy^2 = \frac{3}{2}xy = \frac{3}{2} \times 1 \times 2 = 3$$

11. x 가 자연수이고, 부등식 $-5 + 2x < x - a$ 을 만족하는 해의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 3$

② $1 < a \leq 3$

③ $2 \leq a < 3$

④ $0 < a \leq 3$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설

$-5 + 2x < x - a$ 를 정리하면 $x < 5 - a$,
자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 2개이므로 $2 < 5 - a \leq 3$ 이 되어야 한다.

$$-3 < -a \leq -2$$

$$\therefore 2 \leq a < 3$$

12. $0 < b < a$ 일 때, 다음 중 성립하지 않는 것은?

① $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

② $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

③ $-2a < -2b$

④ $3a - 1 > 3b - 1$

⑤ $a^2 > ab$

해설

② $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, $c < 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

13. $-3+2a > -3+2b$ 일 때, 다음 $\square$ 안의 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $a-4 \square b-4$

② $3a-1 \square 3b-1$

③ $-3+\frac{a}{2} \square -3+\frac{b}{2}$

④ $\frac{4a-1}{3} \square \frac{4b-1}{3}$

⑤ $\frac{1-a}{6} \square \frac{1-b}{6}$

해설

①, ②, ③, ④ : >

⑤ : < (음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐)

14. $x < 0 < y$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 찾으면?

보기

㉠ $x + y < 0$

㉡ $x^2 + y^2 > 0$

㉢ $-x < -y$

㉣ $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $x + y$ 는 음수일 수도 양수일 수도 있다. (거짓)

㉡ $x \neq 0, y \neq 0$ 이면 $x^2 + y^2 > 0$ 이다. (참)

㉢ $x < y$ 이므로 $-x > -y$ 이다. (거짓)

㉣ $\frac{1}{x} < 0, \frac{1}{y} > 0$ 이므로, $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ (참)

15. 다음 중 부등식을 푼 것으로 틀린 것은?

- ① $a > 0$ 일 때, $ax > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{a}$
- ② $a > 0$ 일 때, $ax - 4 > 0 \Rightarrow x > \frac{4}{a}$
- ③ $a < 0$ 일 때, $ax - 4 > 0 \Rightarrow x < \frac{4}{a}$
- ④ $a > 0$ 일 때, $ax + 3 > 0 \Rightarrow x > -\frac{3}{a}$
- ⑤ $a < 0$ 일 때, $ax + 3 > 0 \Rightarrow x < \frac{3}{a}$

해설

⑤ $ax + 3 > 0$ 은 $ax > -3$ 이고, $a < 0$ 이므로 $\frac{1}{a} < 0$ 이고, $\frac{1}{a}$ 를 양변에 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다. 즉, $x < -\frac{3}{a}$ 이다.

16. 두 부등식 $2x < x - a$, $0.5(x + 7) < 5$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$2x < x - a \text{에서 } x < -a$$

$$0.5(x + 7) < 5 \text{에서 } 5x + 35 < 50, 5x < 15$$

$$\therefore x < 3$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$$-a = 3$$

$$\therefore a = -3$$

17. 지성이와 기현이는 매월 1 일 용돈 20000 원, 30000 원을 받아 용돈의 $\frac{3}{5}$ 을 매월 15 일에 예금한다. 지성이와 기현이의 통장잔고가 각각 50000 원, 32000 원일 때 기현이의 예금액이 지성이의 예금액보다 많아지는 것은 몇 개월 후부터인가?
- ① 3 개월 ② 4 개월 ③ 5 개월
④ 6 개월 ⑤ 7 개월

해설

개월수를 x 라 하면
지성이는 20000 원의 $\frac{3}{5}$, 즉 12000 원을 예금한다.
 x 개월 후의 예금액

$$\begin{aligned} &= 50000 + (20000 \times \frac{3}{5})x \\ &= 50000 + 12000x \end{aligned}$$

기현이는 30000 원의 $\frac{3}{5}$, 즉 18000 원을 예금한다.
 x 개월 후의 예금액

$$\begin{aligned} &= 32000 + (30000 \times \frac{3}{5})x \\ &= 32000 + 18000x \end{aligned}$$

$50000 + 12000x < 32000 + 18000x$
 $18 < 6x$,
 $3 < x$ 이므로 기현이의 예금액이 지성이의 예금액보다 많아지는 것은 4 개월 후 부터이다.

18. 200L 의 물을 담을 수 있는 통이 있다. 처음에는 분당 8L 의 속도로 물을 채우다가 분당 16L 의 속도로 물을 채워 물을 채우기 시작한 지 20 분 이내로 가득 채우려고 한다. 다음 중 분당 8L 의 속도로 채울 수 있는 최대 시간을 구하면?

① 5분 ② 10분 ③ 15분 ④ 20분 ⑤ 25분

해설

8L 의 속도로 채우는 시간 x 분 , 16L 의 속도로 채우는 시간 $(20 - x)$ 분 이다.

$$8x + 16(20 - x) \geq 200$$

$$8x + 320 - 16x \geq 200$$

$$-8x \geq -120$$

$$x \leq 15$$

따라서 최대시간은 15 분이다.

19. 12% 소금물 300 g에 소금을 더 넣은 후, 더 넣은 소금의 양만큼 물을 증발시켜 농도가 20% 이상이 되게 하려고 한다. 최소 몇 g의 소금을 더 넣어야 하는가?

① 15 g ② 20 g ③ 24 g ④ 30 g ⑤ 36 g

해설

농도가 12 %인 소금의 양을 x g이라 하면

$$300 \times \frac{12}{100} = 36(\text{g})$$

더 넣은 소금의 양을 x g이라 하면

$$\frac{36+x}{300} \times 100 \geq 20$$

$$36+x \geq 60$$

$$x \geq 24(\text{g})$$

20. x, y 가 정수이고, $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 미지수가 2개인 일차방정식 $x + 2y = 5$ 의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2개

해설

x, y 가 정수일 때 $x + 2y = 5$ 를 만족하는 (x, y) 는 $(-1, 3), (1, 2)$ 이다.

21. 가로 길이가 세로 길이보다 5cm 더 짧은 직사각형의 둘레 길이가 38cm 이다. 직사각형의 가로 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7cm

해설

가로를 x cm , 세로를 y cm 라고 하면

$$\begin{cases} x = y - 5 \\ 2x + 2y = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 5 \\ x + y = 19 \end{cases}$$

$\therefore y = 12, x = 7$

22. 다영이와 선웅이 두 사람이 함께 일하는데 다영이가 6 일, 선웅이가 10 일 동안 일하여 완성하였다. 그 후 똑같은 일을 다영이가 4 일, 선웅이가 12 일 일하여 끝냈다. 만약 이 일을 다영이 혼자 한다면 며칠이나 걸리겠는가?

① 10 일 ② 12 일 ③ 14 일 ④ 16 일 ⑤ 18 일

해설

다영이가 하루에 하는 일 : x

선웅이가 하루에 하는 일 : y

전체 일의 양 : 1

$$\begin{cases} 6x + 10y = 1 \\ 4x + 12y = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{16}, y = \frac{1}{16}$$

$\therefore$ 16 일

23. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 30 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 분자의 자연수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 30 인 수는 $\frac{11}{30}$ 부터 $\frac{17}{30}$ 까지이다.

$$\left(\frac{10}{30} < x < \frac{18}{30}\right)$$

유한소수는 분모의 소인수가 2 나 5가 되어야 하므로, $\frac{\square}{2 \times 3 \times 5}$

에서 $\square$ 는 3의 배수가 되어야 한다. 따라서, 위 조건을 만족하는

수는 $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$ 가 되므로 두 수의 합은 27이 된다.

24. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $-5, -4, -3, -2, -1$

② $0, 0.31532\cdots$

③ 순환소수

④ $0.666\cdots, 0.1\dot{2}$

⑤ $2\pi, 5\pi$

해설

② $0.31532\cdots$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

⑤ $2\pi, 5\pi$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

25. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

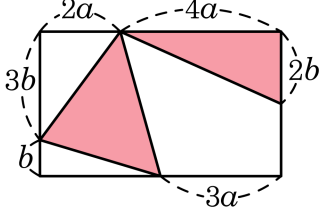
$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

26. 다음 그림의 직사각형에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $6ab$
- ② $8ab$
- ③ $\frac{17}{2}ab$
- ④ $\frac{19}{2}ab$
- ⑤ $\frac{25}{2}ab$

해설

$$\frac{(2a + 3a) \times 4b}{2} - \left(3ab + \frac{3ab}{2} \right) = \frac{11}{2}ab,$$

$$\frac{4a \times 2b}{2} = 4ab \text{ 이므로 } \frac{11}{2}ab + 4ab = \frac{19}{2}ab \text{ 이다.}$$

27. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + ay = a - 1 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $2 : 1$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{26}{5}$

해설

$x : y = 2 : 1$ 이므로 $x = 2y$ 를

$2x + 4y = 3$ 에 대입하면

$$2 \times 2y + 4y = 3$$

$$8y = 3$$

$$\therefore y = \frac{3}{8}$$

$$x = 2 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$$

$3x + ay = a - 1$ 에 $\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{8}\right)$ 을 대입하면

$$3 \times \frac{3}{4} + a \times \frac{3}{8} = a - 1$$

$$18 + 3a = 8a - 8$$

$$5a = 26$$

$$\therefore a = \frac{26}{5}$$

28. 소금과 물의 혼합물에 물 1g 을 넣었더니 20% 의 농도가 되었다. 다시 이 혼합물에 소금 1g 을 넣었더니 $\frac{1}{3}$ 의 농도가 되었다. 처음 혼합물 속의 소금의 농도는 몇 % 인지 구하여라.

▶ 답: %

▶ 정답 : 25%

해설

처음 혼합물에 물 xg , 소금 yg 이 있다고 하면
문제의 조건에서

$$\frac{y}{x+y+1} = \frac{1}{5} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{y+1}{x+y+2} = \frac{1}{3} \dots \textcircled{2}$$

①, ②에서 $x = 3, y = 1$

따라서 처음 소금물의 농도는

$$\frac{y}{x+y} = \frac{1}{3+1} = 0.25 (= 25\%)$$

29. 합금 A는 구리를 20%, 아연을 30% 포함한 합금이고, B는 구리를 30%, 아연을 10% 포함한 합금이다. 이 두 종류의 합금을 녹여 구리를 9kg, 아연을 10kg 얻으려면 합금 A는 몇 kg이 필요한지 구하여라.

합금	A	B
구리	20%	30%
아연	30%	10%

▶ 답: kg

▷ 정답 : 30 kg

해설

합금 A의 양을 x kg, 합금 B의 양을 y kg 이라고 하면

$$\begin{cases} \frac{20}{100}x + \frac{30}{100}y = 9 \\ \frac{30}{100}x + \frac{10}{100}y = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 90 \cdots \textcircled{7} \\ 3x + y = 100 \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 30, y = 10$ 이다.

30. x 에 대한 함수 $f(x)$ 가 임의의 x, y 에 대하여 $f(x)f(y) = f(x+y)$,
 $f(1) = 3$ 을 만족할 때, $2f(0) + \frac{f(2)}{3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = 1, y = 0$ 을 대입하면

$f(1)f(0) = f(1+0)$ 에서 $3f(0) = 3$ 이고, $f(0) = 1$ 이다.

$x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$f(1)f(1) = f(1+1)$ 이고, $9 = f(2)$ 에서 $f(2) = 9$ 이다.

$$\therefore 2f(0) + \frac{f(2)}{3} = 2 \times 1 + \frac{9}{3} = 5$$

31. 일차함수 $f(x) = ax - 2$ 의 그래프에서 다음 식이 성립할 때, a 의 값을 구하여라.

$f(3) - f(-1) = -12$

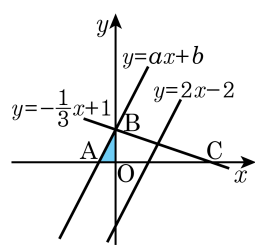
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(3) - f(-1) = -12$ 에서 x 의 변화량은 $3 - (-1) = 4$, y 의 변화량은 -12 이므로 기울기는 $\frac{-12}{4} = -3$ 이다.

32. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 의 그래프와 y 축에서 만나고, $y = 2x - 2$ 의 그래프와 평행할 때, $y = ax + b$ 의 그래프와 $\triangle OAB$ 의 넓이는?



- ① $y = -\frac{1}{2}x + 3$, 4 ② $y = \frac{1}{2}x + 3$, 3
 ③ $y = 2x + 1$, $\frac{1}{4}$ ④ $y = 2x + 1$, 1
 ⑤ $y = 2x + 1$, 3

해설

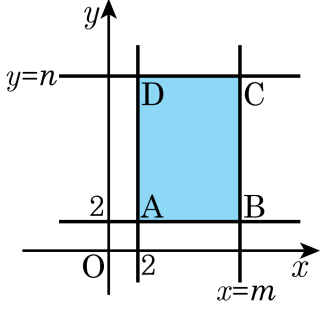
i) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ 와 $y = ax + b$ 는 y 절편이 같으므로 $b = 1$ 이며, $B(0, 1)$ 이다.

ii) $y = ax + b$ 와 $y = 2x - 2$ 는 기울기가 같으므로 $y = ax + 1$ 에서 $a = 2$

iii) $y = ax + b$ 는 $y = 2x + 1$ 이므로 $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이다

iv) $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$

33. 네 직선 $x = 2, x = m, y = 2, y = n$ 의 그래프로 둘러싸인 □ABCD 의 넓이가 54 이고 $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 3$ 일 때, 양의 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?



- ① 22 ② 44 ③ 66 ④ 88 ⑤ 100

해설

i) $\overline{AB} : \overline{AD} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = 2k, \overline{AD} = 3k$ 라고 하면,
 $2k \times 3k = 54, k^2 = 9, k = 3 (\because k > 0)$

ii) $m = 2 + 2k = 8, n = 2 + 3k = 11$ 이다.

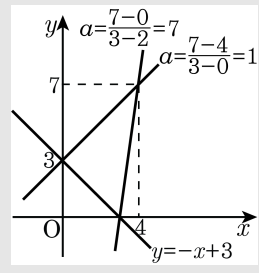
따라서, $m \times n = 88$

34. 점 $(4, 7)$ 을 지나는 일차함수 $y = ax + b$ 가 $y = -x + 3$ 와 제 1 사분면에서 만날 때, 상수 a 의 범위를 구하여라.

- ① $0 < a < 5$ ② $0 < a < 6$ ③ $1 < a < 5$
 ④ $1 < a < 6$ ⑤ $1 < a < 7$

해설

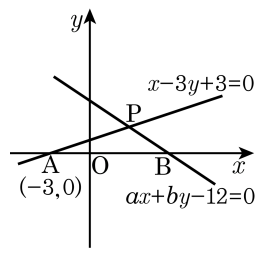
상수 a 는 일차함수 $y = ax + b$ 의 기울기가 된다. 그래프를 나타내면 다음과 같다.



따라서 기울기 a 의 범위는 $1 < a < 7$ 가 되어야 $y = -x + 4$ 와 제 1 사분면에서 만나게 된다.

35. 두 직선 $x - 3y + 3 = 0$, $ax + by - 12 = 0$ 의 그래프가 교점 $P(3, k)$ 에서 만날 때, $2\overline{AO} = \overline{BO}$ 이다. 이때, 상수 a, b, k 에 대하여 $a + b - k$ 의 값은?

- ① -5 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 3



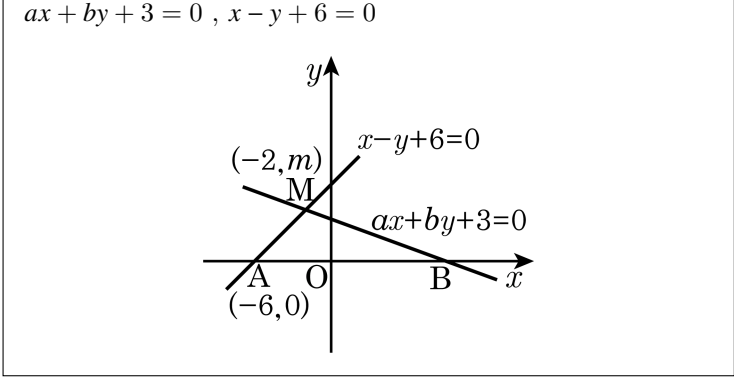
해설

$x - 3y + 3 = 0$ 에 교점 $P(3, k)$ 를 대입하면,
 $3 - 3k + 3 = 0$
 $\therefore k = 2 \cdots$ ①
 $A(-3, 0)$ 이므로 $2\overline{AO} = \overline{BO}$ 에 의해서 $\overline{BO} = 6$
 $\therefore B(6, 0) \cdots$ ②
 ①, ②에 의해서 교점 $P(3, 2)$, $B(6, 0)$ 을 $ax + by - 12 = 0$ 에 대입하면

$$\begin{cases} 3a + 2b - 12 = 0 \\ 6a - 12 = 0 \end{cases}$$

 $\therefore a = 2, b = 3$
 따라서 $a + b - k = 2 + 3 - 2 = 3$

36. 다음은 두 직선과 그 그래프를 나타낸 것이다. 이때, 교점 $M(-2, m)$ 에서 만나고 $\frac{3}{2}\overline{AO} = \overline{BO}$ 이다. 이 때, abm 의 값은?

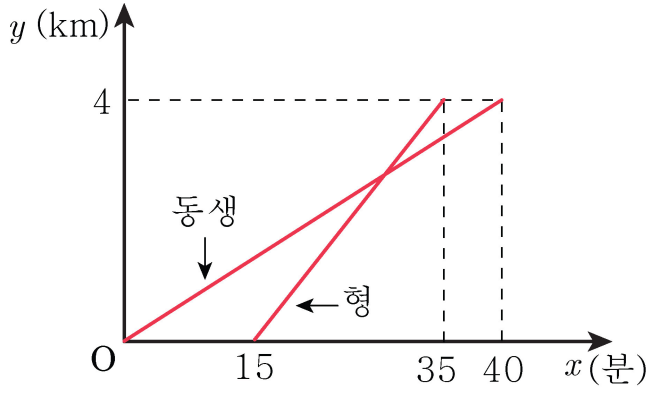


- ① $\frac{1}{2}$ ② -2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{11}{9}$

해설

$x - y + 6 = 0$ 에 교점 $M(-2, m)$ 을 대입하면, $-2 - m + 6 = 0$
 $\therefore m = 4 \quad \cdots \textcircled{㉠}$
 $A(-6, 0)$ 이므로 $\frac{3}{2}\overline{AO} = \overline{BO}$ 에 의해서 $\overline{BO} = 9$
 $\therefore B(9, 0) \quad \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 의해서 교점 $M(-2, 4)$, $B(9, 0)$ 을 $ax + by + 3 = 0$ 에 대입하면
 $-2a + 4b + 3 = 0$
 $9a + 3 = 0$
 $\therefore a = -\frac{1}{3}, \quad b = -\frac{11}{12}$
따라서 $abm = \frac{11}{9}$ 이다.

37. 형과 동생이 집에서 4km 떨어진 공원으로 가는데 동생이 먼저 출발하고 형은 15분 후에 출발하였다. 다음 그림은 동생이 출발한 지 x 분 후에 두 사람이 각각 이동한 거리를 y km라고 할 때, x 와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. 동생이 오전 11시에 출발했고 두 사람은 같은 길로 이동할 때, 형과 동생이 만나는 시각은?



- ① 오전 11시 20분
 ② 오전 11시 25분
- ③ 오전 11시 28분
 ④ 오전 11시 30분
- ⑤ 오전 11시 35분

해설

동생 : $y = \frac{1}{10}x$

형 : $y = \frac{1}{5}x - 3$

$\frac{1}{10} = \frac{1}{5}x - 3 \quad \therefore x = 30$

따라서 형과 동생은 동생이 출발한 지 30분 후인 오전 11시 30분에 만난다.

38. 분수 $\frac{11}{2^3 \times x}$ 는 유한소수이다. 두 자리 자연수 x 의 최댓값을 a 라 하고
최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

x 는 $2^a \times 5^b$ 또는 $2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴이다.

$x = 2^a \times 5^b$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	1	2	4	8	16	32	64
5^1	5	10	20	40	80		
5^2	25	50					

$x = 2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	11	22	44	88			
5^1	55						
5^2							

따라서 가장 큰 두 자리의 자연수는 88 이고 가장 작은 두 자리의
자연수는 10 이다.

$\therefore a - b = 78$

39. $y < x$ 인 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 는 기약분수이고, $\frac{1000y}{x}$ 는 자연수일 때, x 의 최댓값과 최솟값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{y}{x}$ 는 기약분수이므로 x, y 는 서로소이고,
 $\frac{1000y}{x}$ 는 자연수이므로 x 는 10^3 의 약수이다.

따라서 x 를 소인수분해하면 $2^a \times 5^b$ (a, b 는 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$y < x$ 이면서, 1000 의 약수인 x 최댓값은 $2^3 \times 5^3 = 1000$

1000 의 약수인 x 의 최솟값은 $2^1 = 2$

40. 분수 $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{y}$ 이 되고 소수로 나타내면 유한 소수가 된다. 이때, $x + y$ 의 값은? ($y > 2$)

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{y} \text{ 에서 } x = 33 \text{ 이다.}$$

약분하면 $y = 4$ 이다.

$x + y = 37$ 이다.

41. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a + 2b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \ 42 \ 70} \\ 7 \overline{) 14 \ 21 \ 35} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

28 , 42 , 70 의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, \ b = 3, \ c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

42. 자연수 a 에 대하여 $1^a + 2^a + 3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10) + f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 1, 1, 1, 1...

2^a 의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, 4...

3^a 의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, 9...

따라서, $1^a + 2^a + 3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 6, 4, 6, 8... 이 반복된다.

즉, $f(n) = f(n+4)$ 이므로 $f(10) = f(14)$ 이고

$f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 4 이다.

$\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$

43. $(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y$ 를 간단히 하면?

① $4x + 8y$

② $8x + 4y$

③ $10x + 2y$

④ $10x + 8y$

⑤ $14y$

해설

$$(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y = 5x + 3y + 5y - x = 4x + 8y$$

44. $f(x,y)$ 에 대하여 $xy > 0$ 이면 $f(x,y) = x + y$ 이고 $xy < 0$ 이면 $f(x,y) = x - y$ 로 정의한다. 연립방정식 $3x + 2y - f(x,y) = -3, 4x - 2y + f(x,y) = -1$ 의 해를 구하여라.(단, $xy \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{4}{7}$

▷ 정답 : $y = -\frac{13}{7}$

해설

1) $xy > 0$ 일 때, $f(x,y) = x + y$ 이므로
주어진 연립방정식은
 $3x + 2y - (x + y) = -3, 4x - 2y + x + y = -1$ 에서 $2x + y = -3, 5x - y = -1$
 $\therefore x = -\frac{4}{7}, y = -\frac{13}{7}$ ($xy > 0$ 의 조건을 충족시킨다.)

2) $xy < 0$ 일 때, $f(x,y) = x - y$ 이므로
주어진 연립방정식은
 $3x + 2y - (x - y) = -3, 4x - 2y + x - y = -1$ 에서 $2x + y = -3, 5x - 3y = -1$
 $\therefore x = -\frac{10}{11}, y = -\frac{13}{11}$ ($xy < 0$ 의 조건을 충족시키지 못한다.)

1), 2) 에 의하여 구하려는 해는 $x = -\frac{4}{7}, y = -\frac{13}{7}$

45. 농도가 서로 다른 두 소금물을 2 : 3 으로 섞으면 10%의 소금물이 되고, 1 : 4 로 섞으면 9%의 소금물이 된다. 이때 두 소금물을 같은 양만큼 섞으면 몇 %의 소금물이 되는지 구하여라.

▶ 답: %

▷ 정답 : 10.5 %

해설

두 소금물을 각각 A, B 라 하고 소금물의 농도를 각각 $a\%$, $b\%$ 라 하면 A, B 를 각각 2xg, 3xg 씩 섞으면 10% 의 소금물이 되므로

$$\frac{a}{100} \times 2x + \frac{b}{100} \times 3x = \frac{10}{100} \times 5x$$
$$\therefore 2a + 3b = 50 \dots \textcircled{7}$$

$$\therefore 2a + 3b = 50 \dots \textcircled{7}$$

A, B를 각각 y g, $4y$ g 씩 섞으면 9%의 소금물이 되므로

$$\frac{a}{100} \times y + \frac{b}{100} \times 4y = \frac{9}{100} \times 5y$$

$$\therefore a + 4b = 45 \dots \textcircled{L}$$

(㉞), (㉟) 을 연립하여 풀

ⓐ, ⓑ를 언답하여 풀면 $a = 13, b = 8$
A, B를 같은 양 kg 씩 섞으면 수금의 양

A, B를 같은 양 kg 씩 섞으면 소금의 양은
 $\frac{13}{13+8+21}$, $\frac{8}{13+8+21}$, $\frac{21}{13+8+21}$ 이므로

$$\frac{13}{100} \times k + \frac{8}{100} \times k = \frac{21}{100}k \text{ 이므로}$$

$$\frac{\frac{21}{100}k}{2k} \times 100 = 10.5 (\%) \text{ 의 소금물이 된다.}$$

46. 민호가 폭이 2.4km인 강을 건너는데 처음에는 분속 60m 자유영으로 가다가 힘이 들어서 분속 48m로 평영을 하여 47분 걸렸다고 한다. 자유영으로 수영한 거리를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 720 m

해설

자유영으로 간 거리 : x

평영으로 간 거리 : y

$$\begin{cases} x + y = 2400 \\ \frac{x}{60} + \frac{y}{48} = 47 \end{cases}$$

$$\therefore x = 720, y = 1680$$

47. 직선 $ax + y + b = 0$ 의 그래프가 두 점 $(1, 1)$, $(4, q)$ 를 지나고 기울기가 -2 일 때, q 의 값은?

① 10 ② 5 ③ 0 ④ -5 ⑤ -10

해설

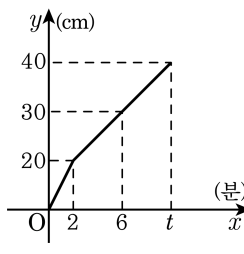
$$ax + y + b = 0, y = -ax - b$$

$$-a = -2 \quad \therefore a = 2$$

$$y = -2x - b \text{ 가 점 } (1, 1) \text{ 을 지나므로 } 1 = -2 - b \therefore b = -3$$

$$y = -2x + 3 \text{ 이 점 } (4, q) \text{ 를 지나므로 } q = -8 + 3 = -5$$

48. 다음은 높이가 40cm 인 원기둥 모양의 그릇에 부피가 더 작은 원기둥 모양의 추 A , B 가 위 아래로 나란히 서 있을 때, 그릇에 시간당 일정한 양의 물을 붓기 시작한지 x 분 후의 물의 높이 y cm 를 그래프로 나타낸 것이다. 만약 두 개의 추 중에서 위쪽에 있는 추 B 를 빼고 물을 붓는다고 가정하면 물이 가득 차는 시각은 물을 붓기 시작한 지 t 분 후라고 할 때, 새로운 그래프와 x 축, 직선 $x = t$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

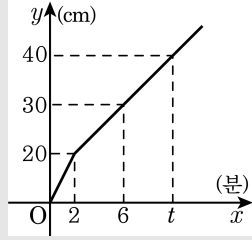


▶ 답 :

▷ 정답 : 260

해설

주어진 그래프에서 물의 높이의 변화 비율이 처음으로 달라지는 시각인 2 분에서 저울추 A 의 높이만큼 물이 찼고, 두 번째로 달라지는 시각인 6 분에서 저울추 B 의 높이만큼 물이 찼음을 알 수 있다. 따라서, 추 B 를 빼고 물을 부었을 때 물을 붓기 시작한지 x 분 후의 물의 높이 y cm 의 그래프는 다음 그림과 같다.



2 분이 지났을 때, 물의 높이 변화 그래프의 방정식은 $y - 20 = \frac{30 - 20}{6 - 2}(x - 2)$ 이므로

$y = \frac{5}{2}x + 15$ 이므로 높이 40cm 가 다 찼을 때의 $t = 10$ 분이다.

따라서 새로운 그래프와 x 축, 직선 $x = t$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 2 \times 20 + \frac{1}{2} \times (20 + 40) \times 8 = 260$ 이다.

49. 직선 $7x + 5y = 1$ 과 직선 $7ax + 5by = 1$ 이 평행하고 점 (a, b) 는 직선 $7x + 5y = 1$ 위의 점일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

해설

평행일 조건 : $\frac{7}{7a} = \frac{5}{5b} \neq \frac{1}{1}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{b}, a = b \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$7x + 5y = 1$ 에 점 (a, b) 를 대입하면

$7a + 5b = 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

$a = b$ 이므로 $7a + 5a = 1, 12a = 1$

$\therefore a = b = \frac{1}{12}, a + b = \frac{1}{6}$

50. 직선 $y = ax + \frac{5}{2}$ 가 세 직선 $y = -x + 3$, $y = 2x + 2$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않도록 하는 a 의 범위의 최솟값과 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 = $\frac{1}{2}$

▷ 정답 : 최댓값 = $\frac{5}{2}$

해설

좌표평면에 $y = -x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 2 \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프를 나타내면

$y = ax + \frac{5}{2}$ 가 $y = 0$ 과 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 만들어지는 삼각형 ABC 와 만나지 않으려면 $y = ax + \frac{5}{2}$ 의 그래프가 어두운 부분의 범위가 된다.

$y = ax + \frac{5}{2}$ 에서 점A $(\frac{1}{3}, \frac{8}{3})$ 을 대입하면

$$\frac{8}{3} = \frac{1}{3}a + \frac{5}{2} \therefore a = \frac{1}{2}$$

또, B(-1, 0) 을 대입하면 $a = \frac{5}{2}$

따라서, $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ 이므로 a 의 값의 최솟값은 $\frac{1}{2}$, 최댓값은 $\frac{5}{2}$ 이다.