1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a-b+c$ 의 값은?

$$x^2-2x+4=a(x-1)(x-2)+bx(x-2)+cx(x-1)$$

① 8 ② 7 ③ 3 ④ 0 ⑤ -3

해설

주어진 등식이 x 에 대한 항등식이므로 x 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x=0$을 대입하면

$4=2a \quad \therefore\ a=2$

$x=1$을 대입하면

$3=-b \quad \therefore\ b=-3$

$x=2$을 대입하면

$4=2c \quad \therefore\ c=2$

$\therefore\ a-b+c=2-(-3)+2=7$

2. 점 $(2,\ -3)$을 점 $(-1,\ 2)$로 옮기는 평행이동을 T라 할 때, 점 $(-2,\ 5)$는 T에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(1,\ 0)$　② $(-5,\ 10)$　③ $(-3,\ 5)$

④ $(5,\ 10)$　⑤ $(3,\ -5)$

해설

평행이동 T는 x축의 방향으로 -3, y 축의 방향으로 $+5$ 만큼 평행이동 하는 변환이므로

$(-2-3,\ \ 5+5)=(-5,\ 10)$으로 옮겨진다.

3. 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

(i) 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2\cdot 3-1)$ 즉, $(5,5)$
점 $(5,5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5+4)$
즉, $(5,9)$
(ii) 점 $(5,1)$ 을 직선 $y=b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b-1)$
(i), (ii) 로부터 $2b-1=9 \quad \therefore b=5$

4. $(x^3+2x^2-3x+2)^4(2x-1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(x^3+2x^2-3x+2)^4 \cdot (2x-1)^7$
$= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한 결과와 같으므로 항등식의 성질에서
$(1+2-3+2)^4 \cdot (2-1)^7 = 2^4 = 16$

5. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 3이고, $x+1$로 나눈 나머지가 -1일 때, $(x^2+x+2)f(x)$를 x^2-1로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

나머지 정리에 의해 $f(1)=3, f(-1)=-1$
$(x^2+x+2)f(x)=(x^2-1)Q(x)+ax+b$
$x=1, x=-1$ 을 대입한다.
$4f(1)=12=a+b\cdots$㉠
$2f(-1)=-2=-a+b\cdots$㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면,
$a=7,\ b=5$
∴ 나머지 $R(x)=7x+5$
$R(1)=12$

6. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y를 구할 때, x^2+y^2 의 값을 구하시오.

$$(1-2xi)(2-yi)=6-2i \text{ (단, } x>0 \text{)}$$

▶ 답 :

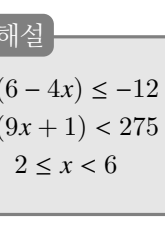
▷ 정답 : 5

해설

$(2-2xy)-(4x+y)i=6-2i$
$2-2xy=6,\ 4x+y=2$
연립하여 x 에 대해 정리하면
$2x^2-x-1=0$
$(x-1)(2x+1)=0$
$\therefore\ x=1(x>0),\ y=-2$

7. 다음 연립방정식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 6(6-4x) \le -12 \\ 5(9x+1) < 275 \end{cases}$$

① 

②

③

④

⑤

해설

$6(6-4x) \le -12 \Rightarrow x \ge 2$
$5(9x+1) < 275 \Rightarrow x < 6$
$\therefore\ 2 \le x < 6$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x+a \geq 3+2x \\ 3(x-1) \geq 2x-5 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 의 개수가 5개 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $5 \leq a < 6$ ② $5 < a \leq 6$ ③ $5 \leq a \leq 6$

④ $6 \leq a < 7$ ⑤ $6 < a \leq 7$

해설

1. $x+a \geq 3+2x$

$x \leq a-3$

2. $3(x-1) \geq 2x-5$

$x \geq -2$

$\therefore \quad -2 \leq x \leq a-3$만족하는 정수 x 의 개수가 5 개이므로

$2 \leq a-3 < 3$

$\therefore \quad 5 \leq a < 6$

9. 연립부등식 $ax+3 \le -4x+7,\ 5x-2 \le 6x+b$의 해가 $x=2$일 때, $a \times b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

두 식을 정리하면

$ax+3 \le -4x+7 \qquad \therefore\ x \le \dfrac{4}{a+4}$

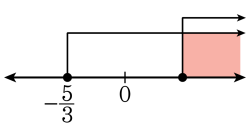
$5x-2 \le 6x+b \qquad \therefore\ x \ge -b-2$

해가 $x=2$가 되기 위해서는 $\dfrac{4}{a+4}=2,\ -b-2=2$이어야 한다.

$\therefore\ a=-2,\ b=-4$

$\therefore\ a \times b=(-2) \times (-4)=8$

10. 연립부등식 $\begin{cases} ax+2 \le 12 \\ 3x+4 \ge 9 \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라



▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{cases} ax+2 \le 12 \\ 3x+4 \ge 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \le 10 \\ x \ge \frac{5}{3} \end{cases}$$

$ax \le 10$ 의 해가 $x \ge -\frac{5}{3}$

$\frac{10}{a} = -\frac{5}{3}$

$\therefore\ a = -6$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1< & 3 \\ x+3\geq & a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 이를 만족하는 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\begin{cases} 2x-1<3\cdots① \\ x+3\geq a\cdots② \end{cases}$ 라 두면,

① : $2x<4$

$x<2$

② : $x\geq a-3$

이고, 해가 존재하지 않으려면 $a-3\geq 2$ 이다.

따라서 $a\geq 5$ 이므로 a의 최솟값은 5이다.

12. 부등식 $2|x+2|+|x-2|<6$을 만족하는 정수 x의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x<-2$일 때

$-2(x+2)-(x-2)<6,\ x>-\frac{8}{3}$

공통부분은 $-\frac{8}{3}<x<-2$

ii) $-2\le x<2$일 때

$2(x+2)-(x-2)<6,\ x<0$

공통부분은 $-2\le x<0$

iii) $x\ge 2$일 때

$2(x+2)+(x-2)<6,\ x<\frac{4}{3}$

공통부분은 없음

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-\frac{8}{3}<x<0$

정수 x : -2, -1 (2개)

13. $ax^2+bx+c>0$의 해가 $-2<x<5$일 때, $ax^2-bx+c-2b>0$의 해를 구하면?

① $x<-1,\ x>4$　② $x<-4,\ x>1$　③ $-1<x<4$

④ $-4<x<1$　⑤ $-4<x<-1$

해설

$ax^2+bx+c>0$의 해가$-2<x<5$이면

$a<0$, 해가 $-2<x<5$인 부등식은

$(x+2)(x-5)<0$

$x^2-3x-10<0$에 a를 곱하면

$ax^2-3ax-10a>0$ ($\because\ a<0$)

$\therefore\ b=-3a,\ c=-10a$를

$ax^2-bx+c-2b>0$에 대입

$\therefore\ ax^2+3ax-10a+6a>0$

$ax^2+3ax-4a>0$

(a로 나누면 $a<0$이므로)

$x^2+3x-4<0,\ (x-1)(x+4)<0$

$\therefore\ -4<x<1$

14. 부등식 $ax^2+5x+b>0$ 을 풀어서 $2<x<3$ 이라는 해가 구해졌다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab=6$

해설

$ax^2+5x+b>0$ ·····㉠
해가 $2<x<3$ 이 되는 이차부등식은
$(x-2)(x-3)<0$ 전개하면
$x^2-5x+6<0$ ·····㉡
㉠과 일차항의 계수를 맞추기위해
양변에 -1 을 곱하면
$-x^2+5x-6>0$ ·····㉢
㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a=-1$, $b=-6$

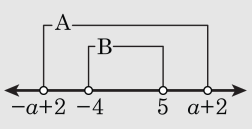
15. 양의 실수 a에 대하여 부등식 $-3 < x+1 < 6$의 모든 해가 부등식 $|x-2| < a$를 만족할 때, a값의 범위는?

① $0 < a \le 3$　② $0 < a < 3$　③ $0 \le a \le 3$

④ $a \ge 3$　⑤ $a \ge 6$

해설

$\therefore\ a \ge 6$



16. 점 $(-4,\ 2)$ 를 지나고 x 축, y 축에 모두 접하는 원은 2 개가 있다. 이 때, 두 원 중 큰 원의 넓이는?

① 25π ② 50π ③ 75π ④ 100π ⑤ 125π

해설

제 2 사분면의 점$(-4, 2)$ 를 지나고
x 축, y 축에 접하는 원의 방정식은
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2(r>0)$
$(-4+r)^2+(2-r)^2=r^2$
$16-8r+r^2+4-4r+r^2=r^2,\ (r-2)(r-10)=0$
$\therefore\ r=2$ 또는 $r=10$
따라서 큰 원의 반지름의 길이가 10 이므로
넓이는 $\pi\cdot 10^2=100\pi$

17. 원 $x^2+y^2+10x-8y+16=0$ 에 의하여 잘려지는 x축 위의 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

x 축을 지나는 점은 $y=0$ 이므로
$x^2+10x+16=0 \Rightarrow (x+2)(x+8)=0$
$\Rightarrow x=-2, -8$
$\therefore x$ 축 위의 교점 : $(-8, 0), (-2, 0)$
$\therefore$ 구하는 선분의 길이 : 6

18. $z = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 $z^{2005} + \bar{z}^{2005}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② -1 ③ $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

④ 1 ⑤ $\sqrt{3}i$

해설

$z = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, $\bar{z} = \dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$2z+1 = \sqrt{3}i$ 에서 양변을 제곱해서 정리하면

$z^2+z+1 = 0$, $(z-1)(z^2+z+1) = 0$

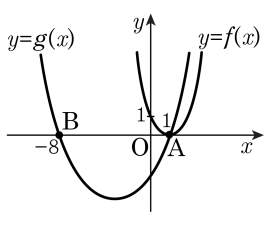
$\therefore z^3 = 1,\ \bar{z}^3 = 1$

$z^{2005} + \bar{z}^{2005} = (z^3)^{668} \cdot z + (\bar{z}^3)^{668} \cdot \bar{z}$

$= z + \bar{z}$

$= -1$

19. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x축과 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$에서 접하고, 이차함수 $y = g(x)$의 그래프는 x축과 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(-8,\ 0)$에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2 의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$의 근은?



① $x = 1$

② $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$

③ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 3$

④ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

해설

$f(x) = (x-1)^2$, $g(x) = (x+8)(x-1)$ 이므로
$f(x) + 2g(x) = (x-1)^2 + 2(x+8)(x-1) = 3x^2 + 12x - 15$
따라서, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$,
즉 $3x^2 + 12x - 15 = 0$ 의 근은 $3(x+5)(x-1) = 0$
$\therefore x = -5$ 또는 $x = 1$

20. 세 개의 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$, $bx^2+cx+a=0$, $cx^2+ax+b=0$이 오직 하나의 공통 실근을 가질 때, $a+b+c$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

공통 실근을 α라 하면

$a\alpha^2+b\alpha+c=0$ …(ⅰ)

$b\alpha^2+c\alpha+a=0$ …(ⅱ)

$c\alpha^2+a\alpha+b=0$ …(ⅲ)

(ⅰ)+(ⅱ)+(ⅲ)하면

$(a+b+c)(\alpha^2+\alpha+1)=0$

α가 실수일 때 $\alpha^2+\alpha+1>0$

$\therefore\ a+b+c=0$

21. $x^2+(m-1)x+m+1=0$의 두 근이 정수가 되도록 정수 m의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2+(m-1)x+m+1=0$의 두 근을 α, β라면

$\alpha+\beta=1-m\cdots$㉠, $\alpha\beta=m+1\cdots$㉡

㉠ + ㉡을 하면 $\alpha\beta+\alpha+\beta=2$ (α, β는 정수)

$(\alpha+1)(\beta+1)=3$

$\therefore \begin{cases}\alpha=0\\ \beta=2\end{cases} \quad \begin{cases}\alpha=-2\\ \beta=-4\end{cases}$ 를 ㉡에 대입하면

$m=-1,\ 7$

22. $a > b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$ 이다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -a$ 이다.

⑤ $\begin{cases} x < -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

해설

② $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

③ $\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 $x < b$

④ $\begin{cases} x > -a \\ x > -b \end{cases}$ 의 해는 $x > -b$

23. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이 각각 0 과 1 및 1과 2사이에 있도록 k값의 범위를 구하면?

① $k < 0$, $k > 1$ ② $k \leq 0$, $k \geq 2$ ③ $0 < k < 1$

④ $0 \leq k \leq 1$ ⑤ $0 < k < 2$

해설

$x^2 - 2x + k = f(x)$라 하면
$f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$
$\therefore k > 0, k < 1$
$\therefore 0 < k < 1$

24. 직선 $(k-3)x+(k-1)y+2=0$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점과 직선$x+2y-4=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

$(k-3)x+(k-1)y+2=0$ 을 k 에 대하여
정리하면$k(x+y)+(-3x-y+2)=0$ 이 식이
k 의 값에 관계없이 항상 성립해야 하므로
$x+y=0$, $-3x-y+2=0$
두 식을 연립하여 풀면 $x=1,\ y=-1$
따라서 점 $(1,\ -1)$ 과 직선 $x+2y-4=0$
사이의 거리는
$\frac{|1\cdot 1+2\cdot(-1)-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

25. 좌표평면 위의 점 A(−1, 0) 을 지나는 직선 l 이 있다. 점 B(0, 2) 에서 직선 l 에 이르는 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 l 의 기울기는?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

직선 l 의 기울기를 m 이라 하면 $y = m(x+1)$

$\therefore\ mx - y + m = 0$

점 B(0, 2) 에서

직선 l 까지의 거리는 $\frac{|-2+m|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$4m^2 + 4m + 1 = 0$

$(2m+1)^2 = 0$

$\therefore\ m = -\frac{1}{2}$

26. 점 (5, 3) 을 지나는 직선을 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동 시킨 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰을 때, 이동된 직선이 점 $(-10, -5)$ 를 지난다고 한다. 이 때, 이동되기 전의 직선의 방정식은?

① $y = 2x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{5}x + 2$ ③ $y = \frac{1}{3}x - 2$
④ $y = 4x + 1$ ⑤ $y = \frac{2}{5}x - 3$

해설

구하는 직선의 기울기를 m 이라 하면
$y - 3 = m(x - 5)$
$y = mx - 5m + 3 \cdots$ ㉠
㉠을 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동시키면
$y - 1 = mx - 5m + 3$
$\therefore y = mx - 5m + 4 \cdots$ ㉡
㉡를 다시 원점에 대하여 대칭이동시키면
$-y = -mx - 5m + 4$
$\therefore y = mx + 5m - 4 \cdots$ ㉢
㉢의 그래프가 점 $(-10, -5)$ 를 지나므로
$-5 = -10m + 5m - 4 \therefore m = \frac{1}{5}$
따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = \frac{1}{5}x + 2$

27. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 16 인 직각삼각형의 넓이의 최댓값은?

① 18 ② 32 ③ 48 ④ 64 ⑤ 80

해설

직각을 낀 두변의 길이를 각각 $x,\ y$ 라 하면 $x+y=16$
이 때, $x>0,\ y>0$ 이므로 $y=16-x>0$ 에서 $0<x<16$
직각삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}xy=\frac{1}{2}x(16-x)=-\frac{1}{2}x^2+8x=-\frac{1}{2}(x-8)^2+32$
따라서 $0<x<16$ 이므로 $x=8$ 일 때 넓이의 최댓값은 32 이다.

28. 좌표평면 위에 세 지점 $\mathrm{P}(1,5)$, $\mathrm{Q}(-2,-4)$, $\mathrm{R}(5,3)$이 있다. 이들 세 지점에서 같은 거리에 있는 지점에 물류창고를 설치하려고 한다. 이때, 창고의 위치의 좌표는?

① $(0,-1)$ ② $(0,0)$ ③ $(0,1)$

④ $(1,0)$ ⑤ $(1,1)$

해설

$\mathrm{A}(a,\ b)$라고 하면

$(a-1)^2+(b-5)^2=\overline{\mathrm{AP}}^2 \quad \cdots$ ①

$(a+2)^2+(b+4)^2=\overline{\mathrm{AQ}}^2 \quad \cdots$ ②

$(a-5)^2+(b-3)^2=\overline{\mathrm{AR}}^2 \quad \cdots$ ③

$\overline{\mathrm{AP}^2}=\overline{\mathrm{AQ}}^2=\overline{\mathrm{AR}}^2$ 이므로

①, ② 연립하면 $a+3b=1$

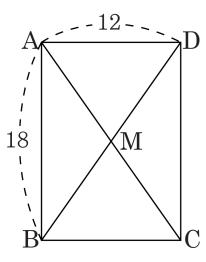
①, ③ 연립하면 $2a-b=2$

$\therefore\ a=1,\ b=0$

$\therefore\ (1,\ 0)$

∴ 세 점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 외심을 구하는 것과 같다.

29. 다음 그림의 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 18$, $\overline{AD} = 12$이고, 두 대각선의 교점은 M이다. 삼각형 ABD의 무게중심을 G, 삼각형 CDM의 무게중심을 H라 할 때, 두 점 G와 H사이의 거리는?



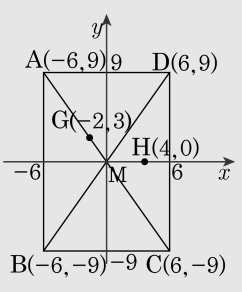
① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$
④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

해설

그림과 같이 좌표를 정하면

$G\left(\frac{-6+6-6}{3}, \frac{9+9-9}{3}\right)$

$H\left(\frac{6+0+6}{3}, \frac{9+0-9}{3}\right)$



그러므로 $\overline{GH} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$

30. $\triangle ABC$ 의 세 점 ABC 의 좌표를 각각 $(1,\ 5)$, $(-2,\ 1)$, $(9,\ -1)$ 이라 하자. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점 D 의 좌표를 $(a,\ b)$ 라 할 때, $3(a-b)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

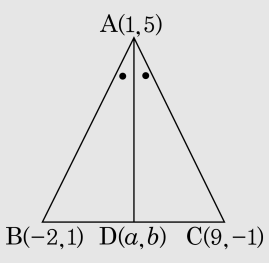
해설

$\overline{AB} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$, $\overline{AC} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$

$\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 1 : 2$

따라서 D 는 $\overline{BC}$ 를 $1 : 2$ 로 내분하는 점

$\therefore\ D\left(\frac{9-4}{3},\ \frac{-1+2}{3}\right) = D\left(\frac{5}{3},\ \frac{1}{3}\right)$

$\therefore\ 3(a-b) = 3\left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right) = 4$