

1. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

2. 등식 $(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$(a + 3b) + (a - 2b)i = 7 - 3i$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의해서 $a + 3b = 7$, $a - 2b = -3$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 1 - 2 = -1$$

3. $(3 + 2i) - (3 - 2i)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4i$

해설

실수부는 실수부끼리, 허수부는 허수부끼리 계산해야 한다.
즉, 실수부는 0이 되고, 허수부는 $4i$ 가 되므로 답은 $4i$ 이다.

4. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$$

5. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 - i$ 의 켤레복소수를 각각 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

① 0

② 3

③ $7 - 2i$

④ $7 - i$

⑤ $7 + i$

해설

$\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 - i$ 에서 $\bar{\alpha} = 1 - i$, $\bar{\beta} = 2 + i$ 이므로

$$\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$$

$$= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i)$$

$$= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i)$$

$$= 7 - i$$

6. 실수 x, y 에 대하여 $(1+i)x + (i-1)y = 2i$ 일 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(1+i)x + (i-1)y = 2i$$

$$(x-y) + (x+y)i = 2i$$

좌변과 우변이 같아야 하므로, $x-y=0$, $x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면, $\therefore x=1, y=1$

$$\therefore x+y=2$$

7. $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1 + i$

② $-1 - i$

③ 0

④ $1 + i$

⑤ $1 - i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{50}} \\ & \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \left(\frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}} \right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}} \\ & = \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \cdots \\ & + \left(\frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \frac{1}{i} - 1 \\ & = \frac{1}{i} - 1 = -i - 1 \end{aligned}$$

8. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \quad (x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ 이려면 } x = 0, y = 0$$

$$\text{즉, } \alpha = 0$$

9. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 다음을 만족하는 z 를 구하면?

$$z + \bar{z} = 4, \quad z \cdot \bar{z} = 7$$

① $z = 1 \pm \sqrt{3}i$

② $z = 2 \pm \sqrt{3}i$

③ $z = 3 \pm \sqrt{3}i$

④ $z = 1 \pm 2\sqrt{3}i$

⑤ $z = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

해설

$$z = a + bi$$

$$z + \bar{z} = 2a = 4, z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 7$$

$$\therefore a = 2, b = \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore z = 2 \pm \sqrt{3}i$$

10. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$$(x + 2)^2 = (-i)^2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 + 4x = -5$$

$$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$$

11. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2 + 5x - 6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

① $x \geq 2$

② $x \leq 3$

③ $x \leq 2$

④ $x \geq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2 + 5x - 6} &= -\sqrt{(x-3)(2-x)} \\ &= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x} \text{ 이려면}\end{aligned}$$

$(x-3)(2-x)$ 에서

㉠ $x-3 \leq 0, \quad x \leq 3$

㉡ $2-x \leq 0, \quad x \geq 2$

㉠, ㉡을 동시에 만족시켜야 하므로

$$\therefore 2 \leq x \leq 3$$

12. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

$$\text{I. } \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{II. } \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$$

$$\text{III. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$$

$$\text{IV. } \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

$$\text{I. } \sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$$

∴ 옳지 않다.

$$\text{II. } \sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$$

∴ 옳다.

$$\text{III. } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$$

∴ 옳지 않다.

$$\text{IV. } \frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$$

∴ 옳다.

13. $\frac{1}{\sqrt{-2} - \sqrt{-1}}$ 의 값은 ?

① $1 - \sqrt{2}$

② $-1 - \sqrt{2}$

③ $(1 + \sqrt{2})i$

④ $-(1 + \sqrt{2})i$

⑤ $(1 - \sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2} - \sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2} + 1) \times (-i) \\ &= -(1 + \sqrt{2})i\end{aligned}$$

14. 복소수 $(1+i)x^2 - (2+i)x - 3 - 2i$ 를 제공하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 x 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(\text{준식}) = x^2 - 2x - 3 + (x^2 - x - 2)i$$

이것을 제공해서 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \quad x^2 - x - 2 \neq 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} \text{에서 } x = 3, x = -1$$

이 중에서 $\textcircled{\text{㉡}}$ 를 만족하는 것은 $\therefore x = 3$

15. 실수 x, y 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8

② 7

③ 5

④ 4

⑤ $\frac{9}{5}$

해설

$$\frac{(1-i)x + (1+i)y}{(1+i)(1-i)} = 2-i$$

$$\frac{(x+y) - (x-y)i}{2} = 2-i$$

$$(x+y) - (x-y)i = 4-2i$$

복소수의 상등에 의해서

$$x+y = 4 \cdots \textcircled{㉠}, \quad x-y = 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } x=3, y=1 \quad \therefore 2x+y=7$$