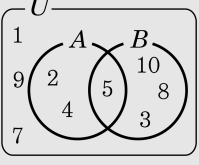


1. $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 4\}, A \cap B = \{5\}, A^c \cap B^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 일 때, 집합 B 는?

- ① $\{3, 5\}$ ② $\{5, 7\}$ ③ $\{3, 5, 8\}$
④ $\{3, 5, 10\}$ ⑤ $\{3, 5, 8, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 이므로



따라서 $B = \{3, 5, 8, 10\}$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 28 + 35 = 63$$

3. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

- ①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)
- ② : 대우는 ‘ nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.’ nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.
∴ 주어진 명제는 참
- ④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$
※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.
- ⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

4. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 등식이 성립하지 않는 것은?

① $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

② $(A - B)^c - B = (A \cap B)^c$

③ $(A \cap B) - C = A \cap (B - C)$

④ $A \cap (A \cup B)^c = \phi$

⑤ $(B - C) \cap (B - A) = B \cap (A \cup C)^c$

해설

② $(A - B)^c - B = (A \cap B^c)^c \cap B^c = (A^c \cup B) \cap B^c = (A^c \cap B^c) \cup (B \cap B^c)$
 $= (A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c$

5. 지현이네 반 35 명의 학생 중에서 수학을 좋아하는 학생은 18 명, 영어를 좋아하지 않는 학생은 15 명, 수학만 좋아하는 학생은 10 명일 때, 영어만 좋아하는 학생은 몇 명인가?

① 7 명 ② 8 명 ③ 10 명 ④ 12 명 ⑤ 14 명

해설

전체 학생의 집합을 U , 수학을 좋아하는 학생을 A , 영어를 좋아하는 학생을 B 라 하자.

$n(U) = 35, n(A) = 18, n(B^c) = 15, n(A - B) = 10$ 이므로

$n(B) = n(U) - n(B^c) = 35 - 15 = 20$ 이고

$n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 18 - 10 = 8$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 20 - 8 = 12$ 이다.

6. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 명제 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 일 때, 보기 중 참인 명제의 개수는?

$\textcircled{\sim} q \Rightarrow p$	$\textcircled{\sim} s \Rightarrow r$	$\textcircled{\sim} r \Rightarrow s$
$\textcircled{\sim} p \Rightarrow \sim s$	$\textcircled{\sim} q \Rightarrow \sim p$	$\textcircled{\sim} \sim r \Rightarrow \sim q$
$\textcircled{\sim} s \Rightarrow \sim p$		

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

$\textcircled{\sim}, \textcircled{\sim}, \textcircled{\sim}, \textcircled{\sim}, \textcircled{\sim}$ 이 참이다.
 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 이므로
그 각각의 대우도 참이다.
 $\therefore q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$
 $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$ 이므로
 $\therefore p \Rightarrow \sim s, s \Rightarrow \sim p$
 $s \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로
 $\therefore s \Rightarrow r$

7. 두 조건 $p: -1 \leq x < 3$, $q: a \leq x-3 \leq b$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값을 M , b 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은?

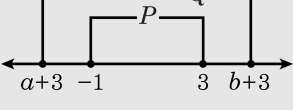
- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$p: -1 \leq x \leq 3$$

$$q: a \leq x-3 \leq b \rightarrow a+3 \leq x \leq b+3$$

$$p \rightarrow q \therefore P \subset Q$$



$$\therefore a+3 \leq -1, b+3 \geq 3 \rightleftharpoons a \leq -4, b \geq 0$$

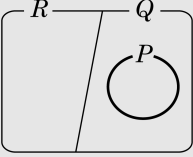
$$\therefore M = -4, m = 0, M+m = -4$$

8. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. p 는 q 이기 위한 충분조건이고 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $R \cap Q = R$
- ② $R \cup Q = R$
- ③ $P \cap Q = \emptyset$
- ④ $P \cup R = R$
- ⑤ $P \cap R = \emptyset$

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$
 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로 $R^c = Q$
따라서, 세 집합의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로



$\therefore P \cap R = \emptyset$

9. $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, $ax + by$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

① $-4 \leq ax + by \leq 4$

② $-9 \leq ax + by \leq 9$

③ $-6 \leq ax + by \leq 6$

④ $0 \leq ax + by \leq 36$

⑤ $-36 \leq ax + by \leq 36$

해설

$a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 이면
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$ 에서
 $4 \cdot 9 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -6 \leq ax + by \leq 6$

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, $n(B) - n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$$

$$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$$

11. 두 집합 $A = \{a, b, 7\}$, $B = \{a + 1, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① 16

② 20

③ 24

④ 28

⑤ 32

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 하므로 $a + 1 = 7$ 이다.

즉 $a = 6$ 이고 집합 $B = \{7, 4, 6\}$ 이므로 $b = 4$ 이다. 따라서 $a \times b = 6 \times 4 = 24$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 4, 5, 7, 8\}$, $A \cap B = \{1, 4, 8\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 부분집합의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

집합 B 는 원소 1, 4, 8을 포함하고 원소 5, 7을 포함하지 않는 U 의 부분집합이므로 $2^{8-3-2} = 2^3 = 8(\text{개})$ 이다 .

13. 자연수를 원소로 하는 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$, $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다. $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 합이 32, $A \cup B$ 의 원소의 합이 62일 때, 집합 B 의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.

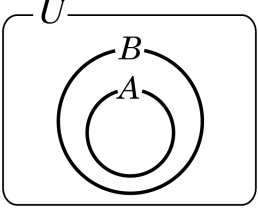
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합 A 의 원소의 합을 빼고,
 $A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면
집합 B 의 원소의 합이 되므로, 집합 B 의 원소의 합은 50이다.
집합 A 의 원소의 합이
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32$ 이고,
 $B = \{a_1 + b, a_2 + b, a_3 + b, a_4 + b, a_5 + b, a_6 + b\}$ 이므로
집합 B 의 원소의 합은
 $a_1 + b + a_2 + b + a_3 + b + a_4 + b + a_5 + b + a_6 + b = 32 + 6b$
 $32 + 6b = 50$ 이므로 $b = 3$ 이 된다.
교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합 A 와 B 의 원소이므로 각각 3을
더한 7, 10, 12도 집합 B 의 원소가 된다.
또 집합 B 의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 된다.
 $\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ☒ ① $A - B = \emptyset$
- ☐ ② $B \cap A^c = \emptyset$
- ☒ ③ $B^c \subset A^c$
- ☐ ④ $U \subset (A \cup B)$
- ☐ ⑤ $U - A^c = B$

해설

- ② $B \cap A^c \neq \emptyset$
- ④ $(A \cup B) \subset U$
- ⑤ $U - A^c = A$

15. 다음 중 항상 성립하는 부등식이 아닌 것은?(a, b, c 는 모두 양수)

- ① $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
- ② $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$
- ③ $a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$
- ④ $a^2 - 1 > a$
- ⑤ $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$

해설

$a > 0, b > 0, c > 0$

- ① $\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$
 $= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$
 $\therefore \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (등호 성립조건은 $a=b$)
- ② $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2$
 $= a+b+2\sqrt{ab} - (a+b) = 2\sqrt{ab} \geq 0$
 $\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$ (단 $a=b$ 일때 등호성립)
- ③ $a^3 + b^3 - ab(a+b)$
 $= (a+b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a+b)$
 $= (a+b)(a^2 - 2ab + b^2)$
 $= (a+b)(a-b)^2 \geq 0$
 $\therefore a^3 + b^3 \geq ab(a+b)$ (등호 성립조건은 $a=b$)
- ④ (반례) $a=1$
 $1^2 - 1 > 1, 0 > 1$
 $\therefore$ 거짓
- ⑤ a, b, c 가 모두 양수이므로
 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (등호 성립조건은 $a=b$)
 $b+c \geq 2\sqrt{bc}$ (등호 성립조건은 $b=c$)
 $c+a \geq 2\sqrt{ca}$ (등호 성립조건은 $c=a$)
 $\therefore (a+b)(b+c)(c+a) \geq 8\sqrt{a^2b^2c^2} = 8abc$
(등호 성립조건은 $a=b=c$)

16. 자연수 전체의 집합의 부분집합 A 에 대하여 다음을 만족하는 집합 A 의 개수는? (단, $A \neq \emptyset$)

$$x \in A \Rightarrow \frac{81}{x} \in A$$

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

A 는 81의 약수를 원소로 하는 집합인데
 $n(A) = 1$ 인 경우는 {9} 1개
 $n(A) = 2$ 인 경우는 {1, 81}, {3, 27} 2개
 $n(A) = 3$ 인 경우는 {1, 9, 81}, {3, 9, 27} 2개
 $n(A) = 4$ 인 경우는 {1, 3, 27, 81} 1개
 $n(A) = 5$ 인 경우는 {1, 3, 9, 27, 81} 1개
 $\therefore$ 7개

17. 집합 $S = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합 $A = \{xy | x \in S, y \in S\}$ 이다. 집합 A 의 부분집합 중 임의의 원소의 약수의 개수가 3 개인 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 16개

해설

자연수 N 의 약수의 개수가 3 개이면 N 은 소수의 제곱수이다.
 $S = \{2, 3, 5, 7\}$, $A = \{xy | x \in S, y \in S\}$ 이고 S 의 원소는 모두 소수이므로,
임의의 원소의 약수의 개수가 3 개인 부분 집합은 $\{2^2, 3^2, 5^2, 7^2\} = \{4, 9, 25, 49\}$ 의 부분집합이다.
따라서 $2^4 = 16$ (개)

18. z 이 0이 아닌 복소수라 할 때,

$$\bar{z} + \bar{z} = z + \bar{z} \text{인 } z \text{을 } C_1,$$

$$C_2 = \{z \in C^* \mid \overline{z - \bar{z}} = z - \bar{z}\}$$

$$C_3 = \{z \in C^* \mid z^2 = -z\bar{z}\}$$

$$C_4 = \left\{z \in C^* \mid \overline{\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)} = \frac{\bar{z}}{z}\right\}$$

에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $C_1 \cap C_2 = C_3$

② $C_2 \cap C_3 = C_1$

③ $C_3 \cap C_4 = C_2$

④ $C_2 \cup C_3 = C_4$

⑤ $C_3 \cup C_4 = C_1$

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$ (a, b 는 실수)라 하면

i) $\bar{z} + \bar{z} = z + \bar{z}$ 이므로 $z + \bar{z}$ 가 실수

그런데 $z + \bar{z} = 2a$ (실수)가 항상 성립한다.

$\therefore C_1$ 은 복소수 전체의 집합이다.

ii) $\overline{z - \bar{z}} = z - \bar{z}$ 이므로 $z - \bar{z}$ 가 실수

그런데 $z - \bar{z} = 2bi$ 가 실수 이므로 $b = 0$ 이다.

$\therefore C_2$ 은 실수의 집합이다.

iii) $z^2 = -z\bar{z} = 0, z(z + \bar{z}) = 0 \Leftrightarrow z + \bar{z} = 0$

($\because z \neq 0$)

$z + \bar{z} = 2a = 0$ 이므로 $a = 0$ 이다.

$\therefore C_3$ 은 순허수의 집합이다. ($\because z \neq 0$)

iv) $\overline{\left(\frac{\bar{z}}{z}\right)} = \frac{\bar{z}}{z}, \frac{z}{\bar{z}} = \frac{\bar{z}}{z} \Leftrightarrow z^2 = \bar{z}^2$

$(z - \bar{z})(z + \bar{z}) = 0$ 에서 $z = \bar{z}$ 또는 $z = -\bar{z}$

따라서 z 는 실수 또는 순허수이다.

$\therefore C_4$ 는 실수와 순허수의 합집합이다.

i) ~ iv)에 의하여 $\therefore C_2 \cup C_3 = C_4$

19. 집합 $A_k = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } k \text{의 배수}\}$ 이라 정의한다. 집합 $P = \{x|y \in A_2, y \in A_3\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

- $X \subset P$
- $X \cap \{xy | x \in A_4, y \in A_6\}$
 $= \{xy | x \in A_4, y \in A_6\}$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 512개

해설

$$\begin{aligned} A_k &= \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } k \text{의 배수}\}, \\ A_2 &= \{2, 4, 6, 8, 10\}, A_3 = \{3, 6, 9\}, \\ P &= \{xy|x \in A_2, y \in A_3\} = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 54, 60, 72, 90\}, \\ X &\subset P, \{xy|x \in A_4, y \in A_6\} = \{24, 48\} \text{ 이므로} \\ X \cap \{xy|x \in A_4, y \in A_6\} &= \{xy|x \in A_4, y \in A_6\}, \{24, 48\} \subset X \\ \text{따라서 집합 } X &\text{는 집합 } P \text{의 부분집합 중, } 24, 48 \text{을 반드시} \\ \text{포함하는 부분집합이므로 집합 } X &\text{의 개수는 } 2^{11-2} = 512 \text{ (개)} \end{aligned}$$

20. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 $X \bullet Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 라고 정의한다.
전체집합 $U = \{x|x \leq 60, x \text{는 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \bullet B) \bullet C$ 의 원소 중 가장 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$$X \bullet Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) \cap (X \cap Y)^c = (X \cup Y) - (X \cap Y)$$

,

$$A = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$$
$$= \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60\},$$
$$B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$$
$$= \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60\},$$
$$C = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$$
$$= \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56\},$$
$$(A \bullet B) \bullet C$$
$$= \{4, 6, 8, 16, 18, 20, 28, 30, 32, 40, 42, 44, 52, 54, 56\} \bullet C$$
$$= \{4, 6, 18, 20, 24, 28, 30, 42, 44, 52, 54\}$$
$$\therefore (A \bullet B) \bullet C \text{의 원소 중 가장 큰 값} = 54$$