

1. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-1) \geq 2+4(2x-5) \\ 2(3-2x) < -x+10 \end{cases}$ 을 만족하는 양의 정수 x 의 개수는?

① 1 개

② 3 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

i) $3(x-1) \geq 2+4(2x-5) \Rightarrow x \leq 3$

ii) $2(3-2x) < -x+10 \Rightarrow x > -\frac{4}{3}$

연립부등식의 해는 $-\frac{4}{3} < x \leq 3$ 이므로, 이를 만족하는 양의 정수 x 의 개수는 1, 2, 3 의 3 개이다.

2. 연립부등식 $\begin{cases} 3x + 1 \geq \frac{1}{2}x - 4 \\ 4x - 4 < x + 2 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 작은

정수를 a , 가장 큰 정수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$3x + 1 \geq \frac{1}{2}x - 4 \text{ 의 양변에 } 2 \text{ 를 곱하면}$$

$$6x + 2 \geq x - 8$$

$$5x \geq -10$$

$$x \geq -2$$

$$4x - x < 2 + 4$$

$$3x < 6, \quad x < 2$$

$$\text{그러므로 } -2 \leq x < 2$$

$$a + b = (-2) + 1 = -1$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 < 3x + 2 \\ \frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(i) \ 2x + 5 < 3x + 2, \ x > 3$$

$$(ii) \ \frac{x-5}{4} < -\frac{x+1}{2}, \ x < 1$$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

4. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

5. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

6. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값은?

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x \quad \therefore x > -2$$

$$15 - x > a \quad \therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

7. x 에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1) - 1$ 의 해가 존재하지 않을 때, 실수 a 의 범위는?

① $a \leq -3$ 또는 $a \geq 1$

② $-3 \leq a \leq 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$

④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \leq a \leq 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1) - 1$ 을 전개하여 이항하면 $x^2 + (1-a)x - a + 1 < 0$
이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \leq 0$ 이면 부등식의 해가 없다.

$$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \leq 0$$

$$(a-1)(a+3) \leq 0$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 1$$

8. 부등식 $|x^2 - 5x + 5| \leq 1$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$|x^2 - 5x + 5| \leq 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 5 \geq -1, \quad x^2 - 5x + 5 \leq 1$$

$$\text{i) } x^2 - 5x + 5 \geq -1$$

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-3) \geq 0$$

$$\Rightarrow x \leq 2 \text{ 또는 } x \geq 3$$

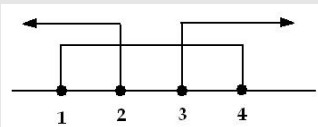
$$\text{ii) } x^2 - 5x + 5 \leq 1$$

$$x^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-4) \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$$

공통부분을 구하면,



$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 2 \text{ 또는 } 3 \leq x \leq 4$$

$$\therefore x = 1, 2, 3, 4$$

9. x 의 이차방정식 $mx^2 + 2(1 - 2m)x + m = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 m 의 범위를 구하면?

① $0 < m < \frac{1}{3}$

② $m < \frac{1}{3}, m > 1$

③ $m < 0, 0 < m < \frac{1}{3}, m > 1$

④ $m < 0, m > 1$

⑤ $\frac{1}{3} < m < 1$

해설

이차방정식이므로 $m \neq 0 \dots \textcircled{㉠}$

$$\frac{D}{4} = (1 - 2m)^2 - m^2 > 0 \text{에서}$$

$$(m - 1)(3m - 1) > 0, m < \frac{1}{3}, m > 1 \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } m < 0, 0 < m < \frac{1}{3}, m > 1$$

10. $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 이 항상 성립할 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 1$ ② $a < 2$ ③ $a < 3$ ④ $a < 4$ ⑤ $a < 5$

해설

부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 에서 $x^2 + (a-1)x - 4 < 0$

$1 \leq x \leq 2$ 에서

이 부등식이 항상 성립해야 하므로

방정식 $x^2 + (a-1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 1보다 작고, 다른 한 근은 2보다 커야 한다.

$f(x) = x^2 + (a-1)x - 4$ 로 놓으면

$f(1) = 1 + (a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 4 \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$f(2) = 4 + 2(a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 1 \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $a < 1$

11. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 α, β 가 $-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)

㉠ $c < 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $a + 2b + 4c > 0$

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c (a < 0)$ 로 놓으면

$-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 에서

㉠) $f(0) = c > 0$

㉡) 꼭짓점의 x 좌표가 양이므로 $-\frac{b}{2a} > 0$

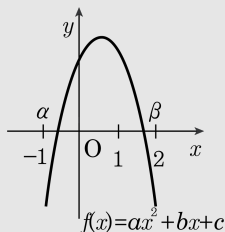
$0 \therefore ab < 0$

㉢) $f(-1) = a - b + c < 0$

㉣) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c > 0, \frac{1}{4}(a + 2b +$

$4c) > 0$

$\therefore a + 2b + 4c > 0$



12. 부등식 $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6$ 을 만족하는 음이 아닌 정수 x 의 값의 개수는?

① 18개

② 17개

③ 16개

④ 3개

⑤ 2개

해설

$$\text{i) } \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3}, 3x - 8 \leq 6x - 2x - 4$$

$$\therefore x \geq -4$$

$$\text{ii) } x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6, 12x - 4x - 8 \leq 3x + 72$$

$$\therefore x \leq 16$$

i), ii)에서 공통된 x 의 값의 범위를 구하면

$$-4 \leq x \leq 16$$

한편, x 는 음이 아닌 정수이므로 $0 \leq x \leq 16$

따라서 $x = 0, 1, 2, \dots, 16$ 의 17개이다.

13. 구슬을 보관함 1상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?

① 4 상자

② 5 상자

③ 6 상자

④ 7 상자

⑤ 8 상자

해설

보관함 x 상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x + 5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x - 1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x - 1) + 2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로

$$\text{나타내면 } \begin{cases} 5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \\ 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{간단히 정리하면 } \begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 6 \end{cases} \quad \text{이므로 연립부등식의 해는 } 6 \leq x \leq 8$$

이다. 따라서 보관함은 6상자 또는 7상자 또는 8상자가 있다.

14. 제주시에서 남서쪽 1100 km 해상에 태풍의 중심이 있다. 이 태풍은 중심에서 반지름 50 km 이내가 폭풍우권이며, 30 km/h의 속도로 북동진한다. 지름도 10 km/h씩 넓어진다. 제주시가 폭풍우권 내에 들어있는 시간은? (단, 제주시는 점으로 생각하고, 태풍은 직진한다고 가정한다.)

① 15시간

② 16시간

③ 30시간

④ 46시간

⑤ 50시간

해설

$$|-1100 + 30x - 0| \leq 50 + 5x$$

$$-50 - 5x \leq -1100 + 30x \leq 50 + 5x$$

$$25x \leq 1150 \text{ 에서 } x \leq 46$$

$$35x \geq 1050 \text{ 에서 } x \geq 30$$

$$\therefore 30 \leq x \leq 46$$

따라서, 제주시가 폭풍우권 내에 들어있는 시간은 $46 - 30 = 16$ (시간)이다.

15. 부등식 $(x-2)(ax-1) < 0$ 의 해에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이 부등식의 해가 존재하지 않는 실수 a 가 있다.

② $a = 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.

③ $a < 0$ 이면 이 부등식의 해는 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.

④ $a > 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.

⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 거짓이다.

해설

① $a \neq 0$ 일 때

$$(x-2)(ax-1) = a(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) \text{이므로}$$

$a = \frac{1}{2}$ 이면 이 부등식의 해는 없다.

② $a = 0$ 이면 이 부등식은 $-(x-2) < 0$,
즉 $x-2 > 0$ 이므로 해는 $x > 2$ 이다.

③ $a < 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) > 0$ 이므로
 $x < \frac{1}{a}$ 또는 $x > 2$ 이다.

④ $a > 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) < 0$ 이므로

$a < \frac{1}{2}$ 일때, $2 < x < \frac{1}{a}$,

$a > \frac{1}{2}$ 일때 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.

16. $6[x]^2 - 31[x - 1] - 13 < 0$ 을 풀면? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 3$

② $-2 \leq x < 5$

③ $0 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 5$

⑤ $1 \leq x < 6$

해설

$$n \leq [x] < n + 1 \text{에서}$$

$$n - 1 < [x - 1] < n \text{이므로}$$

$$[x - 1] = [x] - 1$$

$$\therefore 6[x]^2 - 31[x - 1] - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31([x] - 1) - 13$$

$$= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$$

$$\therefore (2[x] - 9)(3[x] - 2) < 0$$

$$\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$$

$$\therefore 1 \leq [x] \leq 4 \text{이므로}$$

$$[x] = 1, 2, 3, 4$$

$$\therefore 1 \leq x < 5$$

17. 임의의 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 + 2xy + 2x + ay + b > 0$ 이 성립할 a, b 의 조건은? (단, a, b 는 실수)

① $a = 1, b > 2$

② $a = 1, b < 2$

③ $a = 2, b > 1$

④ $a = 2, b \geq 1$

⑤ $a = 2, b \leq 1$

해설

준식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + 2(1+y)x + y^2 + ay + b > 0 \text{ 이고}$$

임의의 실수 x 에 대하여 항상 성립하기 위해서는

$D/4 < 0$ 를 만족해야 한다.

$$D/4 = (1+y)^2 - (y^2 + ay + b) < 0$$

$$\therefore (2-a)y + 1 - b < 0 \cdots \textcircled{1}$$

①식이 모든 실수 y 에 성립할 조건은

$$(2-a) = 0, \quad 1-b < 0,$$

$$\therefore a = 2, \quad b > 1$$

18. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여

$$\text{부등식 } 2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \text{㉠}$$

이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0$$

㉡식이 항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이 때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
-1 은 속하지 않는다.

19. 이차방정식 $x^2 + ax + 2a - 3 = 0$ 의 두 근이 $-2, 1$ 사이에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $\frac{2}{3} < a \leq 2$

② $-2 < a < 4$

③ $-4 \leq a \leq 2$

④ $\frac{2}{3} < a \leq 4$

⑤ $a \geq 6$

해설

$f(x) = x^2 + ax + 2a - 3$ 으로 놓으면
이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1
사이에 있으므로

(i) $D = a^2 - 4(2a - 3) \geq 0$ 에서
 $a^2 - 8a + 12 \geq 0$, $(a - 2)(a - 6) \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$ 또는 $a \geq 6$

(ii) $f(-2) = 4 - 2a + 2a - 3 > 0$ 에서
 $1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.

(iii) $f(1) = 1 + a + 2a - 3 > 0$ 에서

$3a > 2 \quad \therefore a > \frac{2}{3}$

(iv) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의
방정식이 $x = -\frac{a}{2}$ 이므로

$-2 < -\frac{a}{2} < 1$

$\therefore -2 < a < 4$

따라서 a 의 값의 범위는 $\frac{2}{3} < a \leq 2$

20. 연립부등식 $x + 2 < 4$ 와 $5x - 8 < 17$ 의 해를 구하면?

① $x < 2$

② $x > 5$

③ $2 < x \leq 5$

④ $2 \leq x < 5$

⑤ 해가 없다.

해설

$$x + 2 < 4, x < 2$$

$$5x - 8 < 17, x < 5$$

따라서 $x < 2$

21. 유리수 a 에 대하여 a 를 넘지 않는 최대의 정수를 $[a]$ 로 정의한다.
 $[x] - [y] = 1$, $6 < [x] + [y] < 8$ 일 때, $[3x - 2y]$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

$[x], [y]$ 이 정수이므로 $6 < [x] + [y] < 8$ 도 정수이어야 한다.

따라서 $[x] + [y] = 7 \cdots \textcircled{㉠}$

$[x] - [y] = 1 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $[x] = 4, [y] = 3$

$[x] = 4$ 에서 $4 \leq x < 5$

$\therefore 12 \leq 3x < 15 \cdots \textcircled{㉢}$

$[y] = 3$ 에서 $3 \leq y < 4$

$\therefore -8 < -2y \leq -6 \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉢} + \textcircled{㉣}$ 을 하면 $4 < 3x - 2y < 9$

$\therefore [3x - 2y] = 5, 6, 7, 8$

22. $5(x-1)$ 을 일의 자리에서 반올림한 값은 $2(x+6)$ 과 같을 때, 정수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 7

해설

$5(x-1)$ 을 일의 자리에서 반올림한 값이 $2(x+6)$ 과 같다. 참값 $5(x-1)$ 의 일의 자리에서 반올림하여 얻은 근삿값 $2(x+6)$ 의 오차의 한계는 5 이므로

$$2(x+6) - 5 \leq 5(x-1) < 2(x+6) + 5$$

$$2(x+6) - 5 \leq 5(x-1) \text{ 에서 } x \geq 4$$

$$5(x-1) < 2(x+6) + 5 \text{ 에서 } x < \frac{22}{3}$$

$$\therefore 4 \leq x < \frac{22}{3}$$

따라서 구하는 정수 x 의 값은 4, 5, 6, 7 이다.

23. 원가에 2 할의 이익률로 정가를 정한 상품을 $x\%$ 의 할인율로 할인 판매하였을 때, 이익률이 0% 이상 10% 이하가 되게 하려고 한다. 자연수 x 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

원가를 a 원이라 하면 정가는 $1.2a$ 원이고

정가의 $x\%$ 를 할인한 가격은 $1.2a(1 - 0.01x)$ 원이다. 이익률이 0% 이상 10% 이하가 되려면

$$a \leq 1.2a(1 - 0.01x) \leq 1.1a$$

$$\therefore \frac{25}{3} \leq x \leq \frac{50}{3}$$

x 가 될 수 있는 자연수는

9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

따라서 x 의 최댓값은 16

24. 야구경기에서 야구선수의 타율을 (안타수÷ 타석수)로 정한다고 하자. 두 타자 A 와 B 는 오늘 현재 각각 30 타석과 25 타석을 기록중이고 A 선수가 친 안타수는 B 선수가 친 안타수보다 2 개 많고 현재 A 는 B 보다 타율이 높다. 만약 다음 경기에서 A 가 세 타석 연속 안타를 치지 못하고 B 선수는 경기가 없다면 A 와 B 의 타율 순위가 바뀐다고 할 때, A 선수가 현재 기록 중인 안타의 수는 최소 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

오늘 현재 A 선수가 기록중인 안타의 수를 x 개라 하면 B 선수의 안타수는 $(x - 2)$ 개 이다.

A 선수의 현재 타율은 $\frac{x}{30}$, B 선수의 현재 타율은 $\frac{x-2}{25}$ 이므로

$$\frac{x}{30} > \frac{x-2}{25} \quad \therefore x < 12 \dots \textcircled{1}$$

다음경기에서 A 가 세 타석 연속 안타를 치지 못하고 B 선수는 경기가 없다면 B 의 타율은 변함이 없으므로

$$\frac{x}{33} < \frac{x-2}{25} \quad \therefore x > 8.25 \dots \textcircled{2}$$

①, ② 의 공통 범위를 구하면

$$8.25 < x < 12$$

따라서 A 선수가 기록 중인 안타는 최소 9 개이다.

25. a, b, c 가 양의 실수일 때, 다음 연립부등식의 해가 존재하기 위한 조건은?

$$\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases}$$

① $a + c < b$

② $a + c < 2b$

③ $a + c < \frac{b}{2}$

④ $a + c < 1$

⑤ $a + c < 2$

해설

a, b, c 가 양의 실수이고 두 부등식

$$ax^2 - bx + c < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$cx^2 - bx + a < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡} \text{의}$$

해가 존재하려면

$$ax^2 - bx + c = 0 \text{이}$$

서로 다른 두 실근 α, β 를 가져야 한다.

그런데, 근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{b}{a} > 0, \alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$$

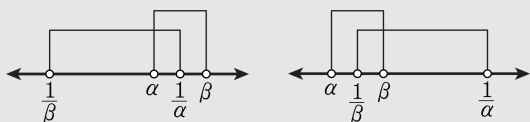
($\because a, b, c$ 가 양의 실수)이므로

α, β 는 양수이다.

따라서, $0 < \alpha < \beta$ 로 놓으면

$$\textcircled{㉠} \text{의 해는 } \alpha < x < \beta \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{의 해는 } \frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$



㉢과 ㉣이 공통 부분을 가져야 하므로

$$\alpha < 1 < \beta \text{가 성립하고,}$$

이 때 $f(x) = ax^2 - bx + c$ 로 놓으면

$$f(1) < 0$$

$$\therefore a - b + c < 0$$

$$\therefore a + c < b$$

해설

$$ax^2 - bx + c < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$cx^2 - bx + a < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

① + ②:

$$(a + c)x^2 - 2bx + (a + c) < 0$$

$$a > 0, b > 0, c > 0 \text{이므로 } a + c > 0$$

그러므로 해가 존재하려면 판별식 $D > 0$

$$\therefore \frac{D}{4} = b^2 - (a + c)^2 > 0$$

$$(b + a + c)(b - a - c) > 0$$

여기서 $b + a + c > 0$ 이므로

$$b - a - c > 0 \text{이다.}$$

$$\therefore b > a + c \text{에서 } b > a + c \text{라 하면}$$

$$a + c - b < 0$$

이 때, $f(x) = ax^2 - bx + c$, $g(x) = cx^2 - bx + a$ 라 하면

$$f(1) = g(1) = a - b + c < 0$$

따라서, 연립부등식 ①, ②의 해가 존재한다.