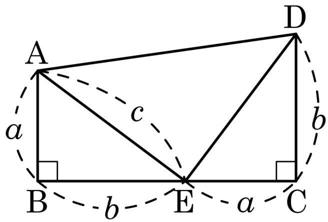
1. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

> $\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로
> $\frac{1}{2}ab + (\text{가}) + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$
> 따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$

② (가) c^2 (나) $b^2 + c^2 = a^2$

③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$

④ (가) c^2 (나) $b^2 - a^2 = c^2$

⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

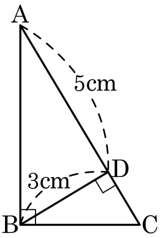
해설

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로

$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$

따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{23}}{5}$　② $\dfrac{3\sqrt{23}}{5}$　③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$　⑤ $\dfrac{18}{5}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\text{cm})$$

$$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$$

3. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 높이는 ?

① $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ ④ $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

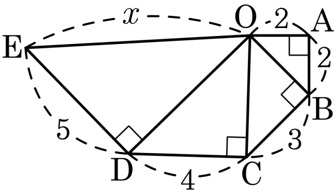
정삼각형의 한 변의 길이를 a 라고 하면

(넓이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2 = 36$

$\therefore\ a = 6$

(높이) $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$

4. 다음 그림 x의 값은?



① $\sqrt{57}$ ② $\sqrt{58}$ ③ $\sqrt{59}$ ④ $\sqrt{61}$ ⑤ $\sqrt{65}$

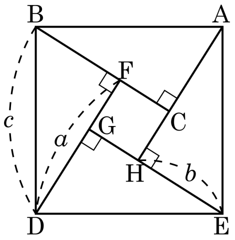
해설

$\overline{BO} = 2\sqrt{2}, \overline{CO} = \sqrt{9+8} = \sqrt{17}$

$\overline{DO} = \sqrt{17+16} = \sqrt{33}$

$\overline{OE} = \sqrt{25+33} = \sqrt{58}$

5. 다음 그림은 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 를 만들어 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $c^2 = a^2 + b^2$

② $\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{EAH}$

③ □CFGH 는 정사각형

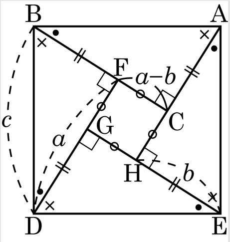
④ $\overline{\mathrm{CH}} = a - b$

⑤ □CFGH $= 2\triangle\mathrm{ABC}$

해설

네 개의 직각삼각형은 합동이다. (RHA 합동)

따라서 ①, ②, ③, ④가 성립한다.



6. 한 변의 길이가 10 cm 인 정육각형의 넓이는 $a\sqrt{b}\,\text{cm}^2$ 이다. $\frac{a}{b}$ 를 구하시오. (단, b는 최소자연수이다.)

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

정육각형은 6 개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2\times6=150\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 이다.

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{150}{3}=50$

7. 다음 중 점 $(-1, 1)$ 과 거리가 가장 먼 것은?

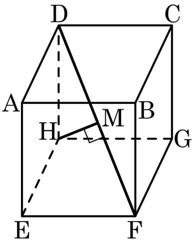
① $(3, -4)$　　② $(2, 2)$　　③ $(-2, 5)$

④ $(4, 1)$　　⑤ $(-3, 2)$

해설

① $\sqrt{(3+1)^2+(-4-1)^2} = \sqrt{41}$ 이다.
② $\sqrt{(2+1)^2+(2-1)^2} = \sqrt{10}$ 이다.
③ $\sqrt{(-2+1)^2+(5-1)^2} = \sqrt{17}$ 이다.
④ $\sqrt{(4+1)^2+(1-1)^2} = 5$ 이다.
⑤ $\sqrt{(-3+1)^2+(2-1)^2} = \sqrt{5}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체의 꼭짓점 H 에서 $\overline{\mathrm{DF}}$ 에 내린 수선 HM 의 길이는?



① 2 cm　② $2\sqrt{2}$ cm　③ $2\sqrt{3}$ cm　④ 4 cm　⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

한 변의 길이가 6 cm 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{DF}} = \sqrt{6^2+6^2+6^2} = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

한 변의 길이가 6 cm 인 정사각형의 대각선의 길이는 $\overline{\mathrm{HF}} = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

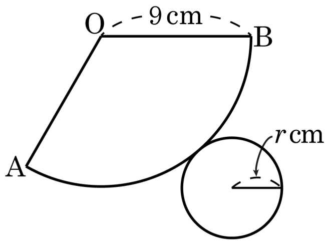
$\therefore \triangle\mathrm{DHF} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$

즉, $\overline{\mathrm{DH}}\cdot\overline{\mathrm{FH}} = \overline{\mathrm{DF}}\cdot\overline{\mathrm{HM}}$ 이므로

$6\times6\sqrt{2} = 6\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{HM}}$

$\therefore \overline{\mathrm{HM}} = 2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 6πcm , $\overline{OB} = 9$cm 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?



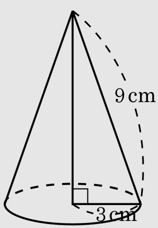
① $3\sqrt{2}$cm ② $4\sqrt{2}$cm ③ $5\sqrt{2}$cm

④ $6\sqrt{2}$cm ⑤ $7\sqrt{2}$cm

해설

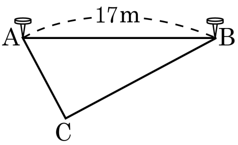
호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 3$(cm) 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{81 - 9} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$(cm) 이다.

10. 17 m 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이가 40 m 인 끈을 걸어서 다음 그림과 같이 $\angle C$가 직각이 되게 하려고 할 때, $\overline{AC}$ 를 몇 m로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



▶ 답 : ____ m

▷ 정답 : 8 m

해설

$\overline{AC} = x$라 하면, $\overline{BC} = 40 - 17 - x = 23 - x$

$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이므로

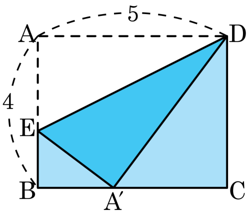
$x^2 + (23 - x)^2 = 17^2$

$x^2 - 23x + 120 = 0$

$(x - 8)(x - 15) = 0$

$\therefore \ x = 8(\mathrm{m}) \ (\because \ \overline{AC} < \overline{BC})$

11. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle A'BE$ 의 넓이는?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

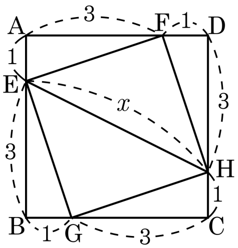
해설

$\overline{EB} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = 4 - x$
$\overline{AD} = \overline{A'D} = 5$ 이므로 $\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\overline{A'C} = 3$, $\overline{BA'} = 2$ 이다.
$\triangle A'BE$ 에서 $(4 - x)^2 = x^2 + 2^2$

$8x = 12 \quad \therefore \ x = \frac{3}{2}$

$\therefore \ \triangle A'EB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$

12. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$　② $2\sqrt{3}$　③ 4

④ $2\sqrt{5}$　⑤ $3\sqrt{5}$

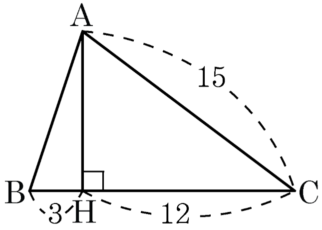
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$\overline{FE} = \overline{FH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$\therefore\ x = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{10}\right)^2} = 2\sqrt{5}$

13. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 길이는?



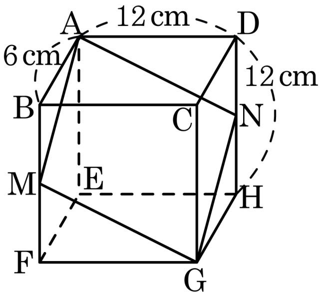
① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

14. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 108 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

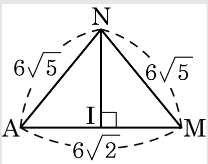
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN = 2△AMN

$\overline{AM} = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AN} = \sqrt{12^2+6^2} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$

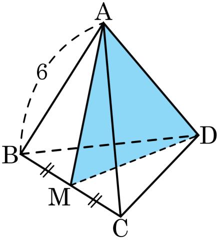
△AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2}$$
$$= \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 9\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}(\square\text{AMGN의 넓이}) &= 2\times(\triangle\text{AMN의 넓이})\\ &= 2\times\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{NI}\\ &= 6\sqrt{2}\times 9\sqrt{2}\\ &= 108(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체 A – BCD 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, △AMD 의 넓이는?



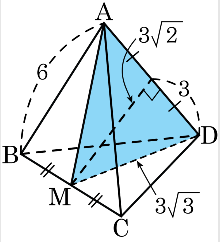
① 9 ② 10 ③ $9\sqrt{6}$ ④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

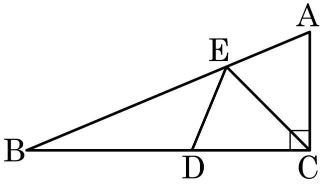
△AMD 는 $\overline{AM} = \overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$ 인 이등변삼각형이고

△AMD 의 높이는 $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이다.

$\therefore \triangle AMD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$



16. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

17. $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{BE} = 3$, $\overline{CD} = \sqrt{11}$, $\overline{BC} = \overline{DE} + 2$ 를 만족할 때, $\overline{BC}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{BC} = x + 2$

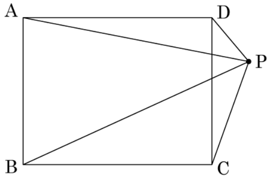
$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$x^2 + (x+2)^2 = 3^2 + (\sqrt{11})^2$

$\therefore \ x = 2$

따라서 $\overline{BC} = 4$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{\mathrm{PA}}=9$, $\overline{\mathrm{PB}}=10$, $\overline{\mathrm{PD}}=2$ 일 때, $\overline{\mathrm{PC}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{23}$

해설

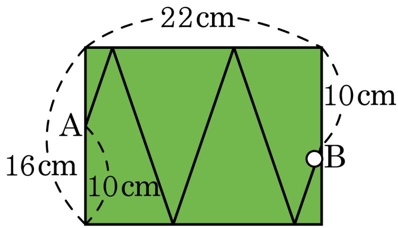
$\overline{\mathrm{PA}}^2+\overline{\mathrm{PC}}^2=\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2$ 이므로

$9^2+\overline{\mathrm{PC}^2}=10^2+2^2$

$\overline{\mathrm{PC}^2}=104-81=23$

$\overline{\mathrm{PC}}=\sqrt{23}$ $(\because \overline{\mathrm{PC}}>0)$

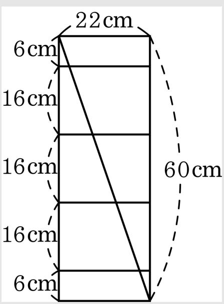
19. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하면?



① $\sqrt{4080}$cm ② $\sqrt{4081}$cm ③ $\sqrt{4082}$cm

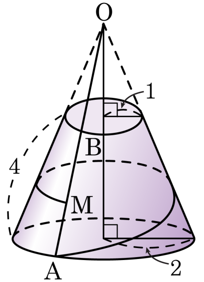
④ $\sqrt{4083}$cm ⑤ $\sqrt{4084}$cm

해설



(공이 지나간 최단 거리) $= \sqrt{22^2 + 60^2} = \sqrt{4084}$(cm)

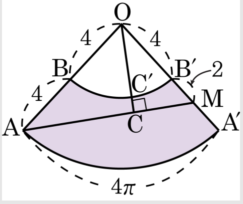
20. 다음 그림과 같이 O 를 꼭짓점 $\overline{OA}$ 를 모선으로 하는 원뿔을 밑면에 평행인 평면으로 잘라서 만든 원뿔대의 윗면과 모선 OA 와의 교점을 B 라 하고 실을 점 A 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 M 까지 가장 짧게 한 바퀴 감았을 때, 윗면의 원둘레 위의 점과 실 위의 점 사이의 거리 중 가장 짧은 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB}=4$, 원뿔대의 윗면의 반지름은 1, 아랫면의 반지름은 2 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

해설



5.0pt$\overparen{BB'}$: 5.0pt$\overparen{AA'}$ $=1:2$ 이므로

$\overline{OB}=4$

$2\pi\times4\times\frac{\angle BOB'}{360°}=2\pi\times1$ $\therefore$

$\angle BOB'=90°$

점 O 에서 $\overline{AM}$ 에 내린 수선의 발을 C 라 하고

5.0pt$\overparen{BB'}$ 와 $\overline{OC}$ 의 교점을 C′ 라 하면 $\overline{CC'}$ 가 구하는 거리가 된다.

$\angle AOA'=90°$ 이므로

$\overline{AM}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

$\triangle OAM$ 의 넓이를 구해 보면

$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times10\times\overline{OC}$

$\therefore\ \overline{OC}=\frac{24}{5}$

$\overline{OC'}=4$ 이므로 $\overline{CC'}=\frac{24}{5}-4=\frac{4}{5}$