1. 다음은 지현이네 반 10명의 학생들의 일주일간 수학 공부시간을 나타낸 것이다. 이 학생들의 일주일간 수학 공부시간에 대한 평균은?

계급(시간)	도수(명)
$1^{\text{이상}} \sim 3^{\text{미만}}$	1
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	4
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
합계	10

① 3.2 시간 ② 4.5 시간 ③ 5.4 시간

④ 5.6 시간 ⑤ 6.2 시간

해설

계급값이 각각 $2, 4, 6, 8$ 이므로

$$(\text{평균}) = \frac{(2\times 1 + 4\times 3 + 6\times 4 + 8\times 2)}{10}$$

$$= \frac{2 + 12 + 24 + 16}{10} = \frac{54}{10} = 5.4(\text{시간})$$

2. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 자료와 가장 큰 자료를 차례대로 나열하여라.

㉠ 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7
㉡ 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10
㉢ 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4
㉣ 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2
㉤ 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3
㉥ 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6

▶ 답 :

▶ 답 :

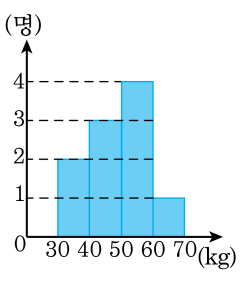
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉠

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ㉡, 가장 큰 것은 ㉠이다.

3. 다음 그림은 영희네 분단 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

학생들의 몸무게의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$= \dfrac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$

$= \dfrac{490}{10} = 49(\text{kg})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(35-49)^2 \times 2 + (45-49)^2 \times 3 + (55-49)^2 \times 4 + (65-49)^2 \times 1\} =$

$\dfrac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$

이다.

4. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간 ② 2 시간 ③ 3 시간
④ 4 시간 ⑤ 5 시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

5. 다음은 어느 반 학생 30 명의 몸무게를 나태난 표이다. 이 반 학생들의 평균 몸무게를 구하어라.

무게(kg)	학생 수(명)
$55^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	1
$60^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 70^{\text{미만}}$	5
$70^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	9
$75^{\text{이상}} \sim 80^{\text{미만}}$	7
$80^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	5
합계	30

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 73 kg

해설

$\frac{1}{30}\{57.5\times1+62.5\times3+67.5\times5+72.5\times9+77.5\times7+82.5\times5\} = 73(\text{kg})$

6. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore \ x = 136(\text{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2} = 68(\text{kg})$ 이다.

7. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$ ② $x = y < z$ ③ $x < y = z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

8. 다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이므로

$\frac{5+3+a+b+9}{5}=5,\ a+b+17=25$

$\therefore\ a+b=8\cdots$㉠

또, 분산이 6 이므로

$\frac{(5-5)^2+(3-5)^2+(a-5)^2}{5}+$

$\frac{(b-5)^2+(9-5)^2}{5}=6$

$\frac{0+4+a^2-10a+25+b^2-10b+25+16}{5}=6$

$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+70}{5}=6$

$a^2+b^2-10(a+b)+70=30$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times 8-40=40$

9. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 2^{\text{미만}}$	4
$2^{\text{이상}} \sim 4^{\text{미만}}$	2
$4^{\text{이상}} \sim 6^{\text{미만}}$	18
$6^{\text{이상}} \sim 8^{\text{미만}}$	6
$8^{\text{이상}} \sim 10^{\text{미만}}$	2
합계	32

① 5, 1 ② 5, 2 ③ 5, 4 ④ 6, 3 ⑤ 6, 4

해설

$$(\text{평균}) = \frac{1\times 4 + 3\times 2 + 5\times 18 + 7\times 6 + 9\times 2}{32}$$

$$= 5$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2\times 4 + (-2)^2\times 2}{32}$$

$$+ \frac{0^2\times 18 + 2^2\times 6 + 4^2\times 2}{32} = 4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2$$

10. 다음은 민영이의 10 회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로
중앙값은 $\frac{64+78}{2} = 71$, 최빈값은 78 이다.

11. 다음은 학생 10 명의 수학점수에 대한 도수분포표인데, 종이가 찢어져서 일부가 보이지 않게 되었다. 평균이 71 점임을 알고 있을 때, 70 점을 받은 학생수를 구하여라.

점수(점)	학생 수(명)
50	2
60	1
70	
80	
90	1
합계	10

▶ 답: 명

▷ 정답: 2 명

해설

70 점의 도수를 x 명, 80 점의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생수가 10 명이므로 $2+1+x+y+1=10 \therefore\ x+y=6 \cdots\cdots$ ㉠

또한, 평균이 71 점 이므로

$$\frac{50\times 2+60\times 1+70\times x+80\times y+90\times 1}{10}$$

$=71$,

$100+60+70x+80y+90=710$

$\therefore\ 7x+8y=46 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2, y=4$

따라서 70 점을 받은 학생 수는 2 명이다.

12. 세 수 a, b, c 의 평균이 8 이고 분산이 3 일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 8$

$\therefore a+b+c = 24 \cdots ㉠$

또, a, b, c 의 분산이 3 이므로

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3} = 3$

$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2 = 9$

$\therefore a^2+b^2+c^2-16(a+b+c)+192 = 9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-16(24)+192 = 9$

$a^2+b^2+c^2 = 201$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2+b^2+c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

13. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

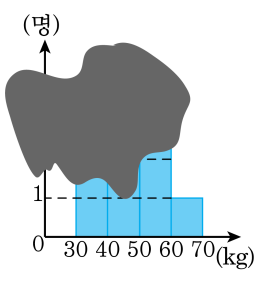
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

14. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$(명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5, \quad x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2 \times 2 + (45-49)^2 \times 3 + (55-49)^2 \times 4 + (65-49)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

15. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

평균:

$$\frac{1+2\times3+3\times7+4\times5+5\times7+6\times9}{40}$$

$$+\frac{7\times4+8\times2+9+10}{40}=5$$

편차: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산: $\frac{16+9\times3+4\times7+5}{40}$

$$+\frac{9\times2+16+25}{40}=4$$

표준편차: 2

16. 미현이네 반 30 명의 몸무게의 평균은 50 kg 이었다. 그런데 한명이 전학을 간 후 나머지 29 명의 몸무게의 평균이 50.3 kg 이었다. 이 때 전학간 학생의 몸무게를 소수 첫째자리까지 구하여라.

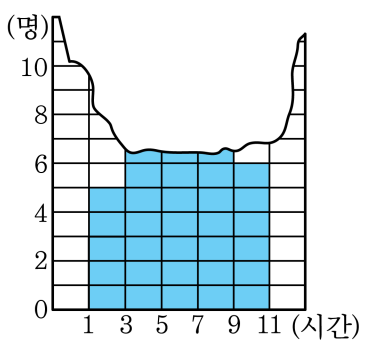
▶ 답 : kg

▷ 정답 : 41.3 kg

해설

30 명의 몸무게의 총합 : $50 \times 30 = 1500$(kg)
전학생 1 명을 뺀 29 명의 몸무게의 총합 : $50.3 \times 29 = 1458.7$(kg)
전학생 1 명의 몸무게 : $1500 - 1458.7 = 41.3$(kg)

17. 다음은 영웅이네 반 학생 40 명의 일주일 동안의 운동 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 26 명이다. 이 반 학생 40 명의 평균 운동시간은 ?



① 2 시간 ② 4 시간 ③ 6 시간

④ 8 시간 ⑤ 10 시간

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이므로 $40\times\frac{25}{100}=10$(명)

7 시간 미만인 학생은 26 명이므로 $5+10+x=26,\ \ x=11$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $40-(5+10+11+6)=8$(명)

∴ (평균)

$=\frac{2\times5+4\times10+6\times11+8\times8+10\times6}{40}$

$=\frac{240}{40}=6$(시간)

18. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이고, $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2=1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이므로 평균은

$\dfrac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}}{50}=\dfrac{200}{50}=4$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1-4,\ a_2-4,\ a_3-4,\ \cdots,\ a_{48}-4,\ a_{49}-4,\ a_{50}-4$ 이다.

따라서 분산은

$\dfrac{1}{50}\{(a_1-4)^2+(a_2-4)^2+(a_3-4)^2+\cdots+(a_{48}-4)^2+(a_{49}-4)^2+(a_{50}-4)^2\}$

$=\dfrac{1}{50}\{(a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2)-8(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50})+4^2\times 50\}$

$=\dfrac{1400-8\times 200+16\times 50}{50}=12$ 이다.

19. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때, 2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$\frac{5+6+x+y+7}{5}=8$, $x+y+18=40$

$\therefore x+y=22$ ……㉠

또, 분산이 5 이므로

$\frac{(5-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}+\frac{(7-8)^2}{5}=5$

$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$

$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5}=5$

$x^2+y^2-16(x+y)+142=25$

$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-117$ ……㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=16(x+y)-117=16\times22-117$

$\therefore\ x^2+y^2=235$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$\frac{1}{4}\left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}\right)=\frac{1}{4}\left\{5+\frac{1}{5}(x^2+y^2)\right\}=13$ 이다.

20. 세 수 a, b, c 의 평균이 4 이고 분산이 5 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 4 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 4$

$\therefore\ a+b+c = 12 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, a, b, c 의 분산이 5 이므로

$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3} = 5$

$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2 = 15$

$a^2-8a+16+b^2-8b+16+c^2-8c+16 = 15$

$a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+48 = 15$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-8\times 12+48 = 15$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = 63$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은

$\frac{a^2+b^2+c^2}{3} = \frac{63}{3} = 21$ 이다.