

1. 이차함수  $y = 2x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

①  $(0, 0)$

②  $(0, -2)$

③  $(3, 0)$

④  $(0, 3)$

⑤  $(-2, 0)$

해설

$y = 2x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로  $y = 2x^2 + 3$  이다.

따라서 꼭짓점의 좌표는  $(0, 3)$  이다.

2. 이차함수  $y = (x+2)^2 + 3$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

①  $y = (x-2)^2 + 3$

②  $y = (x-2)^2 - 3$

③  $y = -(x+2)^2 - 3$

④  $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤  $y = (x+2)^2 + 3$

해설

$x$  축 대칭이므로  $y$  대신에  $-y$  를 대입하면  
 $y = -(x+2)^2 - 3$  이다.

3. 다음 이차함수의 그래프 중  $x$  축과 두 점에서 만나는 것은?

①  $y = 2x^2 + 3$

②  $y = -2x^2 - 3$

③  $y = x^2 - 2x + 1$

④  $y = -x^2 + 4x$

⑤  $y = -x^2 + 6x - 10$

해설

$$\begin{aligned} y &= -(x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &= -(x - 2)^2 + 4 \end{aligned}$$

꼭짓점이 1 사분면에 있고 위로 볼록하므로  $x$  축과 두 점에서 만난다.

4. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수  $b$  의 값을 구하여라.

(가) 상수  $m, n$  에 대하여  $m - n = 6$  이다.  
(나) 두 점  $(1, m)$  과  $(-1, n)$  을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점  $(1, m)$  과  $(-1, n)$  을 함수식에 대입하면  $m = a + b + c$ ,  $n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면  $m - n = 2b$ ,  $m - n = 6$  이므로  $2b = 6$   $\therefore b = 3$



5. 다음 포물선을 꼭이 좁은 것부터 차례로 기호로 나열한 것은?

|                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| 가) $y = -x^2$            | 나) $y = -5x^2$           |
| 다) $y = -\frac{1}{2}x^2$ | 라) $y = -\frac{5}{4}x^2$ |

- ① 가-나-다-라
- ② 나-라-가-다
- ③ 다-나-가-라
- ④ 나-가-라-다
- ⑤ 라-나-다-가

해설

$y = ax$  에서  $a$  의 절댓값이 클수록 꼭이 좁아진다.

6. 이차함수  $y = 3(x + 1)^2 + q$  의 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 상수  $q$  의 범위는?

①  $q < -1$

②  $q < -2$

③  $q < -3$

④  $q < -4$

⑤  $q < -5$

해설

꼭짓점은  $(-1, q)$  로 아래로 볼록한 그래프이다.

모든 사분면을 지나려면  $3 + q < 0$  이어야 한다.

$\therefore q < -3$

7. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 1$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $3$  만큼 평행이동하면  $y = 2x^2 + mx + n$  의 그래프가 된다. 이 때,  $m^2 + n^2$  의 값은?

① 36      ② 25      ③ 16      ④ 9      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x + 1 = 2(x-1)^2 - 1 \\ y &= 2(x-1+1)^2 - 1 + 3 = 2x^2 + 2 \\ \therefore m &= 0, n = 2 \\ \therefore m^2 + n^2 &= 0^2 + 2^2 = 4 \end{aligned}$$

8.  $y = -2x^2 - 4x + 10$  의 그래프에서  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소하는  $x$  의 값의 범위는?

①  $x > 1$

②  $x < 1$

③  $x > 0$

④  $x > -1$

⑤  $x < -1$

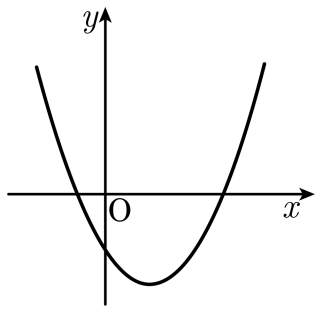
해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x + 1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식  $x = -1$  이므로 따라서  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소하는  $x$  의 값의 범위는  $\{x \mid x > -1\}$  이다.



9. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $a, b, c$ 의 부호는?

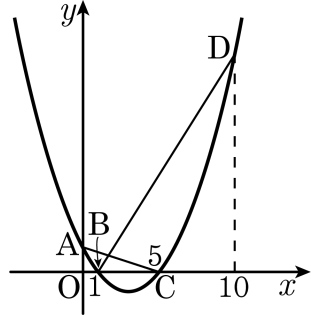


- ①  $a > 0, b > 0, c > 0$                       ②  $a > 0, b > 0, c < 0$   
③  $a > 0, b < 0, c < 0$                       ④  $a < 0, b > 0, c > 0$   
⑤  $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$ 이고  $ab < 0$ 이므로  $b < 0$ 이다.

10. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106      ② 107      ③ 108      ④ 109      ⑤ 110

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$$c = 6, \text{ 즉 } A(0, 6) \text{ 이다.}$$

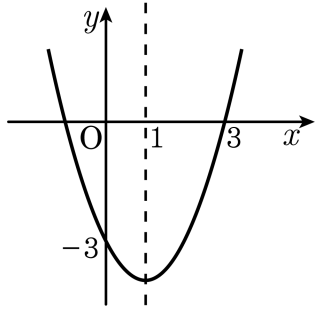
$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

11. 다음 그림은 직선  $x = 1$  을 축으로 하는 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 이 때,  $a + b + c$  의 값은?



- ① -4      ② -1      ③ 0      ④ 2      ⑤ 5

해설

$y = a(x - 1)^2 + q$   
 $x = 0$  일 때,  $a + q = -3$  ..... (1)  
 $x = 3$  일 때,  $4a + q = 0$  ..... (2)  
(2)에서 (1)을 빼면,  $3a = 3$   
 $\therefore a = 1, q = -4$   
 $y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x - 3$   
따라서  $x = 1$  일 때,  $y = a + b + c = -4$  이다.

12. 세 점  $(-1, -5)$ ,  $(0, 5)$ ,  $(2, 13)$  을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가  $(p, q)$  일 때,  $p - q$  의 값은?

① 1                      ② 5                      ③ -5                      ④ -1                      ⑤ -11

해설

이차함수의 식을  $y = ax^2 + bx + c$  라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로  $-5 = a - b + 5$

$(0, 5)$ 를 지나므로  $5 = c$

$(2, 13)$  을 지나므로  $13 = 4a + 2b + 5$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$  이므로

꼭짓점의 좌표는  $(2, 13)$  이므로

$p - q = -11$  이다.



13.  $x = 2$  일 때 최솟값  $-1$ 을 갖고,  $y$  절편이  $3$  인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을  $y = a(x - p)^2 + q$  라 할 때, 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

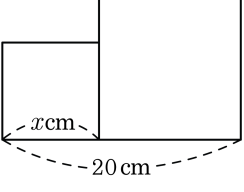
$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

14. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :                  cm

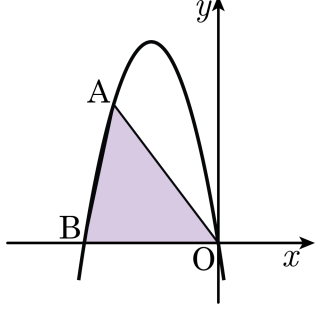
▷ 정답 : 10 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를  $x$ , 큰 정사각형의 한 변의 길이를  $20 - x$ ,  
넓이를  $y$  라고 하면  
$$y = x^2 + (20 - x)^2$$
$$= 2x^2 - 40x + 400$$
$$= 2(x - 10)^2 + 200$$

따라서  $x = 10$  일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

15. 다음 그림은 축의 방정식이  $x = -3$  인 이차함수  $y = -x^2 + bx + c$  의 그래프이다. 점 O (원점), B 는  $x$  축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때,  $\triangle OAB$  의 넓이의 최댓값은?

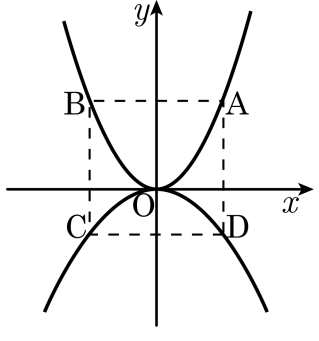


- ① 18      ② 27      ③ 36      ④ 45      ⑤ 54

해설

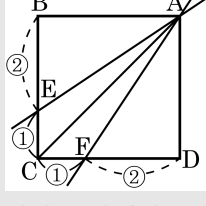
축이  $x = -3$  이므로 B 의 좌표는  $(-6, 0)$  이다.  
따라서  $y = -x^2 + bx + c$  가 두 점  
 $(0, 0), (-6, 0)$  을 지나므로,  
 $0 = c, 0 = -36 - 6b$   
 $b = -6, c = 0$   
 $y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$   
 $\triangle OAB$  에서 밑변의 길이를  $\overline{OB}$  라고 하면, 높이가 최대일 때  
 $\triangle OAB$  의 넓이가 최대가 된다.  
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가  $(-3, 9)$  이므로  
 $\triangle OAB$  의 넓이  $= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

16. 두 함수  $y = x^2$ ,  $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A 점의  $x$ 좌표를 구하면

$$2a = \frac{3}{2}a^2, a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore A\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$$

정사각형의 넓이는  $(2a)^2 = \frac{64}{9}$  이므로 넓이가 삼등분되면 각

넓이는

$$\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27} \text{ 에서}$$

$$\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times \textcircled{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} = \frac{16}{9}$$

$$\text{직선 AF의 기울기는 } \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면  $\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{두 기울기의 곱은 } \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$



17. 이차함수  $y = a(x - p)^2 + q$  의 그래프가 점  $(1, 2)$ 를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가  $(-2, 4)$  일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$  의 꼭짓점의 좌표는  $(p, q)$

원점 대칭하면  $(-p, -q) = (-2, 4)$

$\therefore p = 2, q = -4$

$y = a(x - 2)^2 - 4$  의 그래프가 점  $(1, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(1 - 2)^2 - 4$

$\therefore a = 6$

18. 이차함수  $y = x^2 - 2kx + k^2 - 10$  의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 42가 되는 모든  $k$  의 값의 합을 구하여라. (단,  $0 < k < \sqrt{10}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\sqrt{10}$

해설

$$y = x^2 - 2kx + k^2 - 10 = (x - k)^2 - 10$$

$$\therefore A(k, -10), B(0, k^2 - 10)$$

$$x^2 - 2kx + k^2 - 10 = 0 \text{ 에서 } x = k \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore C(k - \sqrt{10}, 0), D(k + \sqrt{10}, 0)$$

원점을 O 라 하면  $k > 0$  이므로

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= \triangle OBC + \triangle ABO + \triangle AOD \\ &= \frac{1}{2} \times (-k + \sqrt{10})(-k^2 + 10) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (-k^2 + 10) \times k \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (k + \sqrt{10}) \times 10 = 42 \end{aligned}$$

$$\text{이 식을 정리하면 } -\sqrt{10}k^2 + 10k + 20\sqrt{10} - 84 = 0$$

따라서  $k$  의 모든 값의 합은  $\sqrt{10}$  이다.

19. 이차함수  $y = 2x^2 - ax - b$  는  $x = -p$  일 때, 최솟값  $-2$ 를 갖고, 그 그래프는 점  $(1, p^2)$  을 지난다. 이때, 상수  $a, b, p$  의 합  $a + b + p$  의 값을 구하면? (단,  $p < 0$  )

① 12

② 0

③ -18

④ 42

⑤ -14

해설

$$y = 2(x + p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1 + p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p + 4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$

20. 이차함수  $y = x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $m$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2 \\ &= (x - p)^2 + p^2 - 4p + 2 \text{ 이므로} \\ m &= p^2 - 4p + 2 = (p - 2)^2 - 2 \\ \text{따라서 } p &= 2 \text{ 일 때, 최솟값 } -2 \text{ 를 갖는다.} \end{aligned}$$