

1. 다음 중 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 제곱근은?

① $-\sqrt{4}$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25}$

④ $\pm\sqrt{100}$

⑤ 0

해설

① $-\sqrt{4} = -2$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25} = 5$

④ $\pm\sqrt{100} = \pm 10$

⑤ 0

2. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.
- ⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

3. $\sqrt{12} \times \sqrt{18} = a\sqrt{a}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{18} &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{6} \\ &= a\sqrt{a}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 6$$

4. $a > 0$ 이고 x 가 a 의 제곱근일 때, x 와 a 의 관계식으로 옳은 것은?

① $a^2 = x$

② $a = \sqrt{x}$

③ $a = \pm \sqrt{x}$

④ $x^2 = a$

⑤ $x = \sqrt{a}$

해설

a 의 제곱근은 제곱하여 a 가 되는 수이므로 $x^2 = a$ 이다.

5. 제곱근 $\sqrt{(-4)^2}$ 를 A , $\frac{1}{4}$ 의 음의 제곱근을 B 라 할 때, AB 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = 4$$

$$(\text{제곱근 } 4) = \sqrt{4} = 2 = A$$

$$\left(\frac{1}{4} \text{의 음의 제곱근}\right) = -\frac{1}{2} = B$$

$$\therefore AB = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

6. 다음 중 바르지 않은 것을 고르면?

① $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$

② $-\sqrt{\frac{64}{121}} = -\frac{8}{11}$

③ $\sqrt{(0.\dot{4})} = \frac{2}{3}$

④ $\sqrt{0.01} = 0.0001$

⑤ $-\sqrt{49} = -7$

해설

$$\sqrt{0.01} = 0.1$$

7. 다음 유리화의 계산 과정이 옳지 않은 것을 구하여라.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{12}} \times 4\sqrt{6} \div \sqrt{3} \\ &= \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} \\ &= 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} \\ &= 4\sqrt{\frac{2}{3}} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} (\text{O}) \\ &= 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} (\text{O}) \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{3} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

8. a, b 가 유리수이고 $\frac{a + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = 1 + b\sqrt{3}$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{a + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 2a + 3 + (2 + a)\sqrt{3} = 1 + b\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$2a + 3 = 1, 2 + a = b \therefore a = -1, b = 1 \therefore b - a = 2$$

9. $\sqrt{12}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $2a - 3b$ 의 값은?

① $15 + 6\sqrt{2}$

② $15 - 6\sqrt{2}$

③ $15 + 6\sqrt{3}$

④ $15 - 6\sqrt{3}$

⑤ $15 - 5\sqrt{3}$

해설

$$3 < \sqrt{12} < 4 \text{ 이므로}$$

$$a = 3, b = \sqrt{12} - 3$$

$$\begin{aligned}\therefore 2a - 3b &= 2 \times 3 - 3(\sqrt{12} - 3) \\ &= 6 - 3\sqrt{12} + 9 = 15 - 3\sqrt{12} \\ &= 15 - 6\sqrt{3}\end{aligned}$$

10. $\{x|300 \leq x \leq 600, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 5 개

② 52 개

③ 100 개

④ 101 개

⑤ 301 개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고
이 때, $x = 3k^2$ (k 는 자연수)이다.

$$300 \leq 3k^2 \leq 600 \Leftrightarrow 100 \leq k^2 \leq 200$$

$$k^2 = 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$$

$\therefore x$ 의 개수는 5 개

11. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7} - 6$, $b = \sqrt{3} + \sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $b - a > 0$

㉡ $a - b < 0$

㉢ $ab < 0$

㉤ $a + 3 < 0$

㉦ $b - \sqrt{7} < 2$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉦

해설

$$b - a = \sqrt{3} + \sqrt{7} - (\sqrt{7} - 6)$$

$$\text{㉠} \quad = \sqrt{3} + 6$$

$$= \sqrt{36} + \sqrt{9} > 0$$

$$\therefore b - a > 0$$

$$a - b = \sqrt{7} - 6 - (\sqrt{3} + \sqrt{7})$$

$$\text{㉡} \quad = -6 - \sqrt{3}$$

$$= -\sqrt{36} - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore a - b < 0$$

$$\text{㉢} \quad a = \sqrt{7} - 6 = \sqrt{7} - \sqrt{36} < 0$$

$$b = \sqrt{3} + \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore ab < 0$$

$$\text{㉤} \quad a + 3 = (\sqrt{7} - 6) + 3 = \sqrt{7} - 3 = \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0$$

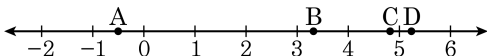
$$\therefore a + 3 < 0$$

$$\text{㉦} \quad (\text{좌변}) = b - \sqrt{7} = \sqrt{3} + \sqrt{7} - \sqrt{7} = \sqrt{3}$$

$$(\text{우변}) = 2 = \sqrt{4}$$

$$\therefore b - \sqrt{7} < 2$$

12. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2$, $2\sqrt{5}-5$, $10-3\sqrt{5}$, $\sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



① $3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 10$

② $4\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 7$

③ $3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 5$

④ $5 - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

$$4\sqrt{3} - 2 = \sqrt{48} - 2 \approx 4. \times \times \times : C$$

$$2\sqrt{5} - 5 = \sqrt{20} - 5 \approx -0. \times \times \times : A$$

$$10 - 3\sqrt{5} = 10 - \sqrt{45} \approx 3. \times \times \times : B$$

$$\sqrt{27} \approx 5. \times \times \times : D$$

$$a = 2\sqrt{5} - 5, b = 10 - 3\sqrt{5}$$

$$\therefore a + b = (2\sqrt{5} - 5) + (10 - 3\sqrt{5}) = 5 - \sqrt{5}$$

13. $\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a < c$

② $a \times c < b$

③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{a}{c} < \frac{1}{b}$

해설

$$\sqrt{6} \times a \sqrt{6} = 18$$

$$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \frac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$$

$$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \frac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$$

$$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \frac{10}{c}$$

$$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\frac{128}{100}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

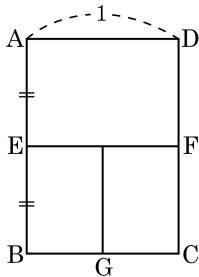
② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \frac{45}{8} \rightarrow a < \frac{b}{c}$

⑤ $\frac{1}{45} < \frac{3}{8} \rightarrow \frac{1}{b} < \frac{a}{c}$ 이다.

14. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 □ABCD 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$

② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$

③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$

④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$

⑤ 2

해설

□ABCD 와 □DAEF 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

∴ (A3 , A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

15. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

해설

A , B , C 가 모두 양수이므로 A^2 , B^2 , C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2$$

$$\therefore A < B < C$$

16. $x^2 - x + 3 = 4$ 이고 $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 에서

$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \sqrt{a + x} = x$ 이므로

$$a + x = x^2, x^2 - x = a$$

$x^2 - x + 3 = 4$ 이므로

$$a + 3 = 4$$

$$\therefore a = 1$$

17. a, b, c 가 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이고, $c > b > a$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a + b + c$

② $a - b - c$

③ $2b - 2c$

④ 0

⑤ $2a - 2b$

해설

$a - b < 0, b - c < 0, c - a > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2} \\ &= -(a-b) - \{-(b-c)\} - (c-a) \\ &= -a + b + b - c - c + a \\ &= 2b - 2c \end{aligned}$$

18. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.



답 :

개



정답 : 12 개

해설

a, b 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \leq a, b \leq 6$

큰 것이 a 이므로 $b - a < 0$

$\therefore -4 < b - a < 0$, $b - a = -3, -2, -1$

$b - a = -3$ 일 때,

$(a, b) = (4, 1), (5, 2), (6, 3)$

$b - a = -2$ 일 때,

$(a, b) = (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$

$b - a = -1$ 일 때,

$(a, b) = (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$

19. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유리수 a 와 무리수 b 에 대해 $a - b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{5}$ 를 만족시키는 무리수 a, b 가 항상 존재한다.
- ㉢ 임의의 무리수 a 에 대하여 $ab = 1$ 을 만족시키는 무리수 b 가 존재한다.
- ㉣ 유리수 a , 무리수 b 에 대해 ab 는 항상 무리수이다.
- ㉤ 임의의 유리수 a 에 대해 ab^2 이 유리수가 되는 무리수 b 는 존재하지 않는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $a = 0$ 일 경우 $ab = 0$ 이 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

㉣ $a = 2$ 일 때, $b = \sqrt{2}$ 이면 $ab^2 = 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 4$ 가 되어 유리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ㉠, ㉣ 이다.

20. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 7\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = -4 \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2\sqrt{3}$

▷ 정답 : $y = 5\sqrt{2}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 7\sqrt{6} \cdots \textcircled{A} \\ \sqrt{3}x - \sqrt{2}y = -4 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} \times \sqrt{2} + \textcircled{B} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rcl} 2x + \sqrt{6}y & = & 14\sqrt{3} \\ +) 3x - \sqrt{6}y & = & -4\sqrt{3} \\ \hline 5x & & = 10\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = 2\sqrt{3}$$

$\textcircled{B}$ 에 $x = 2\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$6 - \sqrt{2}y = -4, \quad \sqrt{2}y = 10$$

$$y = 5\sqrt{2}$$