1. A, B, C, D, E, F 여섯 명이 한 줄로 늘어설 때, F가 맨 앞에 서는 경우의 수는?

① 60 ② 80 ③ 100 ④ 120 ⑤ 720

해설

F를 앞에 세워 놓고, A, B, C, D, E를 한 줄로 세우는 경우의 수를 구한다.

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

2. 재민, 원철, 민수, 재영 4 명의 후보 중에서 대표 2 명을 뽑는 경우의 수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

4 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4 \times 3 = 12$(가지) 이다.
그런데 원철, 민수가 대표가 되는 경우는 (원철, 민수), (민수, 원철) 로 2 가지가 같고, 다른 경우도 모두 2 가지씩 중복된다.
그러므로 구하는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$(가지) 이다.

3. 10 개의 제비 중 당첨 제비가 3 개 들어 있는 상자가 있다. 처음 뽑은 제비를 다시 넣은 후, 다시 한 장의 제비를 뽑을 때 두 번 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은?

① $\frac{16}{625}$ ② $\frac{7}{45}$ ③ $\frac{9}{100}$ ④ $\frac{3}{100}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

해설

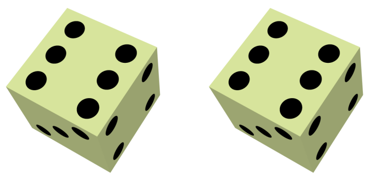
첫 번째 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{10}$

두 번째 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{10}$

두 번 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은

$\frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$

4. 주사위 2개를 동시에 던졌을 때, 두 눈의 차가 0 또는 5인 경우의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

두 눈의 차가 0인 경우는
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지이고, 두 눈의 차가 5인경우는 (1, 6), (6, 1) 의 2가지이다. 따라서 두 눈의 차가 0 또는 5인 경우의 수는 $6 + 2 = 8$(가지)이다.

5. 6명의 가족이 일렬로 서서 사진을 찍으려고 한다. 부모님 두 분이 서로 이웃하여 사진을 찍는 경우의 수로 알맞은 것은?

① 120가지　　② 240가지　　③ 360가지
④ 480가지　　⑤ 600가지

해설
$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 240$ (가지)

6. 1, 2, 3, 4, 5 다섯 개의 숫자를 한 번만 사용하여 만든 세 자리의 정수 중 240 보다 작은 정수의 경우의 수는?

① 12 가지 ② 18 가지 ③ 24 가지
④ 32 가지 ⑤ 36 가지

해설

240 보다 작은 정수를 만들기 위해서는 1$\boxed{}\boxed{}$ 또는 2$\boxed{}\boxed{}$ 형태이어야 한다.
1$\boxed{}\boxed{}$ 인 경우는 $4 \times 3 = 12$ (가지) 이고, 2$\boxed{}\boxed{}$ 인 경우는 $2 \times 3 = 6$ (가지) 이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $12 + 6 = 18$ (가지) 이다.

7. 네 자리 자연수 중 천의 자리 숫자와 일의 자리 숫자는 같고, 백의 자리 숫자와 십의 자리 숫자의 합이 10 인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 81 개

해설

백의 자리 숫자와 십의 자리 숫자가 될 수 있는 것은 (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1) 의 9 가지이고 천의 자리 숫자와 일의 자리 숫자가 될 수 있는 것은 1 ~ 9 이므로 구하는 수는 $9 \times 9 = 81$ (개) 이다.

8. 원 위에 7 개의 점이 있다. 이 점 중 4 개의 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 35 개

해설

원 위의 점을 각각 A, B, C, D, E, F, G 라 할 때, □ABCD, □ABDC, □ACBD, □ACDB, □ADBC, □ADCB 는 모두 같은 사각형이다.
따라서 7 개의 점 중에서 순서에 관계없이 4 개의 점을 택한다.

$\therefore \dfrac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=35$(개) 이다.

9. 공장에서 생산되는 제품 중 임의로 한 개를 뽑았을 때, 불량품일 확률이 $\frac{1}{5}$ 이라고 한다. 제품 중 3개를 택했을 때, 적어도 한 개의 불량품이 들어 있을 확률을 구하면?

① $\frac{1}{125}$ ② $\frac{3}{125}$ ③ $\frac{32}{125}$ ④ $\frac{61}{125}$ ⑤ $\frac{64}{125}$

해설

1−(모두 정상품)$=1-\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=1-\frac{64}{125}=\frac{61}{125}$

10. 철수가 다니는 중학교의 주소는 ‘서울특별시 강동구 둔촌동 180 – 2’ 이며 학년은 1, 2, 3 학년이 있고, 각 학년은 10 개 반이며 한 반의 번호는 40 번을 넘지 않는다고 한다. 학교 주소의 숫자로 만든 $\square, \square, \square, \square$ 네 장의 카드를 마음대로 뽑아 네 자리 수를 만들 때, 올바른 학번이 될 수 있는 확률을 구하면? (참고 : 2 학년 10 반 40 번 학생의 학번은 ‘2040’ 이다.)

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

전체 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(개)

가능한 경우 : $1\square\square\square$, $2\square\square\square$ 인데, 3 번째 칸엔 8 이 들어가면 안된다.

그러므로,

$1\square0\square$: 2 가지,

$1\square2\square$: 2 가지,

$2\square0\square$: 2 가지,

$2\square1\square$: 2 가지로

총 8 가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

11. 1 에서 5 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들려고 한다. 이 때, 이 세 자리의 정수가 423 이상일 확률을 구하면?

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{19}{60}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{11}{30}$

해설

전체 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 = 60$ (가지)
423 이상일 경우의 수 백의자리 숫자가 4 인 경우 :
(4×3) −(412, 413, 415, 421 의 4가지) $= 4 \times 3 - 4 = 8$(가지)
백의 자리 숫자가 5 인 경우 : $4 \times 3 = 12$(가지)
$\therefore \frac{12+8}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

12. A, B 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라고 할 때, 직선 $ax + by = 8$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 가 될 확률은?

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$ax + by = 8$ 에서 x 절편은 $y = 0$ 일 때 x 의 값인 $\frac{8}{a}$ 이고 y 절편은 $x = 0$ 일 때 y 의 값인 $\frac{8}{b}$ 이다. 그러므로 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{8}{a} \times \frac{8}{b} = 4$, 즉 $ab = 8$ 이다.
따라서 $(a, b) = (2,\ 4),\ (4,\ 2)$ 의 2 가지이다. 두 개의 주사위를 던지면 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지) 이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

13. 정사면체의 네 면에 각각 7 , 7 ,-7 , 0이 적혀 있다. 이 정사면체를 두 번 던졌을 때, 바닥에 깔리는 숫자의 합이 0이 될 확률은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{5}{16}$　③ $\frac{3}{8}$　④ $\frac{7}{16}$　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$(0,\ 0)$, $(7,\ -7)$, $(-7,\ 7)$ 일 확률의 합이므로 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{5}{16}$ 이다.

14. 사격 선수인 진호와 희수가 같은 과녁을 향해 총을 쏘았다. 진호의 명중률은 $\frac{3}{4}$, 희수의 명중률은 $\frac{3}{5}$ 일 때, 과녁이 적어도 하나 이상 명중될 확률을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{10}$

해설

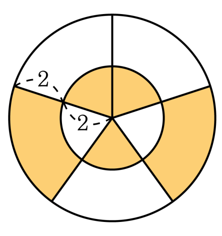
1 − (두 명 모두 맞히지 못할 확률)

$= 1 - \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right)$

$= 1 - \frac{1}{4} \times \frac{2}{5}$

$= \frac{9}{10}$

15. 다음 그림과 같은 다트판이 있다. 다트를 한 번 던져서 색칠한 부분에 맞힐 확률로 옳은 것은?



① $\dfrac{13}{15}$ ② $\dfrac{7}{19}$ ③ $\dfrac{9}{20}$ ④ $\dfrac{19}{22}$ ⑤ $\dfrac{21}{22}$

해설

(구하는 확률)

$$= \frac{\pi \times 2^2 \times \frac{3}{5} + \left\{\pi \times (2+2)^2 - \pi \times 2^2\right\} \times \frac{2}{5}}{\pi \times (2+2)^2}$$

$$= \frac{\frac{12}{5}\pi + \frac{24}{5}\pi}{16\pi}$$

$$= \frac{\frac{36}{5}}{16}$$

$$= \frac{9}{20}$$

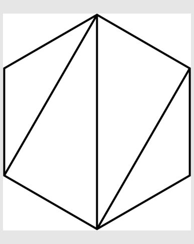
16. 정육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어 4 개의 삼각형을 만들려고 한다. 이러한 방법 중 2 쌍의 삼각형이 합동인 경우의 수를 구하여라

▶ 답 : ______ 가지

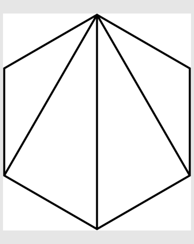
▷ 정답 : 12 가지

해설

육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어서 2 쌍의 삼각형이 합동인 4 개의 삼각형으로 나누는 방법은 두 가지가 있다.



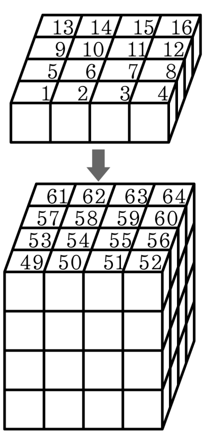
위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6 + 6 = 12$ (가지) 이다.

17. 다음은 크기가 같은 정육면체 블록 64 개를 쌓아 만드는 과정과 완성된 큰 정육면체의 모양이다. 블록 내부의 중심점을 블록이 쌓인 순서에 따라 $P_1, P_2, P_3, \cdots, P_{64}$ 라고 할 때, 7 개의 점 $P_2, P_3, P_{22}, P_{41}, P_{42}, P_{60}, P_{62}$ 중 세 점으로 결정되는 평면의 개수의 최댓값을 구하여라.



▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 20 개

해설

P_1 P_{16} , P_{17} P_{32} , P_{33} P_{48} , P_{49} P_{64} 는 각각 한 평면 위에 있는 점이다.
한 평면 위에 있는 점끼리 묶으면 (P_2, P_3) (P_{22}) (P_{41}, P_{42}) (P_{60}, P_{62})은 각각 (1 층 1 행 2 열, 3 열) (2 층 2 행 2 열) (3 층 3 행 1 열, 2 열) (4 층 3 행 4 열, 4 행 2 열) 에 위치한다.
(1) 두 개의 층에서 세 점을 연결해 만드는 평면의 개수
① 1, 2 층의 점, 1, 3 층의 점, 2, 3 층의 점은 모두 하나의 평면을 만든다. 1 개
② 4 층의 점 중 P_{62} 하나만 사용될 경우 1, 3 층의 두 점과는 ①과 같은 평면을 만든다. 0 개
③ 4 층의 점 중 P_{60} 하나만 사용하여 만들 수 있는 평면의 개수는 2 개
④ 4 층의 점 P_{60}, P_{62} 와 다른 층의 점 한 개를 사용하여 만들 수 있는 평면의 개수는 5 개
따라서 총 $1+2+5=8$ (개)
(2) 세 개의 층에서 세 점을 연결해 만드는 평면의 개수
① 1, 2, 3 층의 점을 한 개씩 사용하여 만들 수 있는 평면의 개수는 4 개
② 1, 2, 4 층의 점을 한 개씩 사용하여 만들 수 있는 평면의 개수는 4 개
③ 2, 3, 4 층이 점을 한 개씩 사용하여 만들 수 있는 평면의 개수는 4 개
따라서 총 $4 \times 3 = 12$ (개)
$\therefore$(세 점으로 결정되는 평면의 개수의 최댓값)$= 8+12 = 20$ (개)

18. 구슬 A, B, C, D, E, F를 바닥에 둥글게 늘어놓는 방법의 수와 실로 꿰어 팔찌로 만드는 방법의 수의 차를 구하여라.

▶ 답: ______가지

▷ 정답: 60가지

해설

서로 다른 6개의 구슬을 바닥에 둥글게 늘어놓는 방법의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$(가지) 이다.
실로 꿰어 팔찌로 만들면 좌우가 바뀌어도 관계 없으므로 실로 꿰어 팔찌로 만드는 방법의 수는 $\frac{120}{2} = 60$(가지) 이다.
따라서 차는 $120 - 60 = 60$(가지) 이다.

19. 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 모든 경우의 수는 12가지이다. ㉡ 동전은 앞면, 주사위는 2의 배수의 눈이 나올 경우의 수는 3가지이다. ㉢ 동전은 뒷면, 주사위는 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

㉢ $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

20. 어느 타자가 안타를 칠 확률은 2 할 5 푼이다. 이 타자가 세 번의 타석에서 적어도 한 번 안타를 칠 확률을 기약분수로 나타내면 $\frac{b}{a}$ 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (안타 또는 아웃 외에 다른 상황을 맞지 않는 것으로 가정한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

타자가 안타를 치지 못할 확률은 $1-0.25=0.75$ 이고,

세 번 모두 안타를 치지 못할 확률은 $0.75\times0.75\times0.75=\frac{27}{64}$ 이다.

따라서 적어도 한 번 안타를 칠 확률 $1-\frac{27}{64}=\frac{37}{64}$ 이므로 $a-b=27$ 이다.