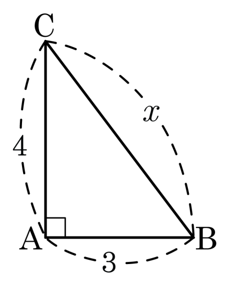
1. 피타고라스 정리를 이용하여 x 의 길이를 구하여라.

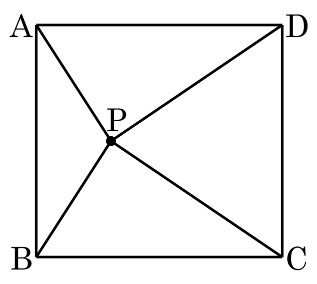


$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$
$x^2 = 3^2 + 4^2 = \boxed{\quad}$
$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{\quad}$

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설
$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$
$x^2 = 3^2 + 4^2 = 5^2$
$x > 0$ 이므로 $x = 5$ 이다.

2. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}} = 4$, $\overline{\mathrm{PC}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$ 의 값을 구하여라.

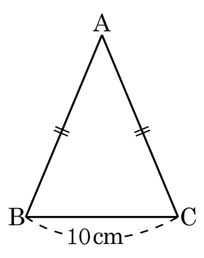


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{\mathrm{PB}^2} + \overline{\mathrm{PD}^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 10\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ____ cm

▷ 정답: 13 cm

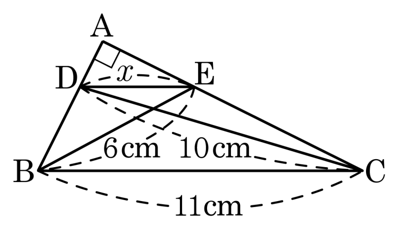
해설

높이 $= h$ 라 하면, $\frac{1}{2} \times h \times 10 = 60$

$\therefore\ h = 12\,\mathrm{cm}$,

$(\overline{\mathrm{AB}})^2 = 5^2 + 12^2$, $\overline{\mathrm{AB}} = 13\,\mathrm{cm}$

4. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 11\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{BE} = 6\text{cm}$ 일 때, x^2 의 값을 구하여라.



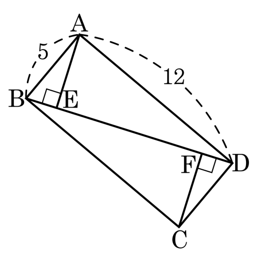
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$6^2 + 10^2 = 11^2 + x^2$ 이므로 $x^2 = 136 - 121 = 15$

5. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$　② $\frac{119}{13}$　③ $\frac{120}{13}$　④ $\frac{121}{13}$　⑤ $\frac{122}{13}$

해설

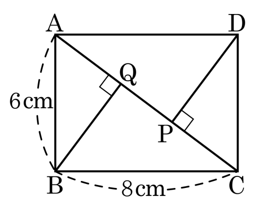
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE},\ \overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

6. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 Q, P 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



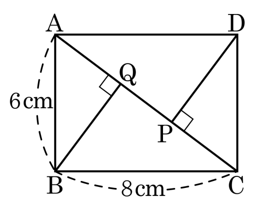
▶ 답 : ＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 2.8 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로
$\overline{AC} = 10(\mathrm{cm})$ 이다.
$\overline{AQ} = \overline{PC}$ 이고 $\triangle ABQ$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로
$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 10 - 3.6 - 3.6 = 2.8(\mathrm{cm})$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

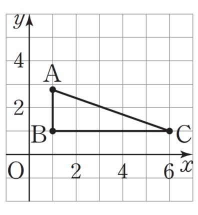
▷ 정답 : 8.64 $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,
$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(cm)$ 이다.
$\triangle ABQ$ 와 $\triangle ABC$ 는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로
$\overline{AQ} = \frac{36}{10} = 3.6(cm)$
$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$
$\overline{BQ} = \frac{48}{10} = 4.8(cm)$
따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(cm^2)$ 이다.

8.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

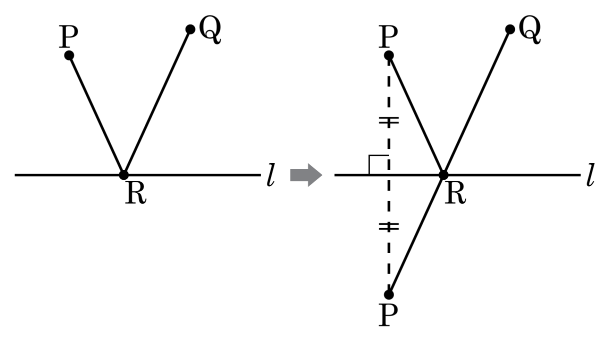
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

9. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.



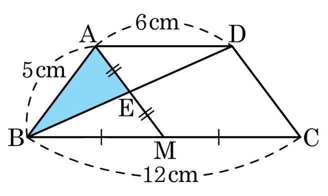
① l, PQ, Q   ② l, PQ, R   ③ l, P′Q, R

④ Q, PQ, Q   ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

10. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE}=\overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle AEB$ 의 넓이를 구하여라.

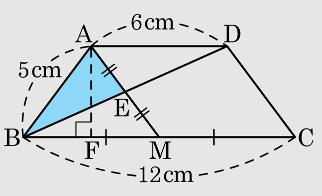


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\ cm^2$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.

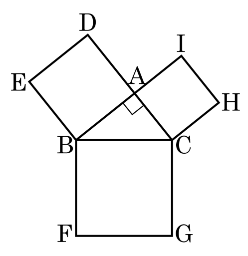


$\overline{BF}=3\ cm$ 이므로 $\overline{AF}=4\ cm$

따라서 $\triangle ABM$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 6\times 4=12(cm^2)$ 이다.

이 때, $\triangle AEB$ 의 넓이는 $\triangle ABM$ 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle AEB$ 의 넓이는 $6cm^2$ 이다.($\because \overline{AE}=\overline{EM}$)

11. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 10 이고 $\square ADEB$ 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

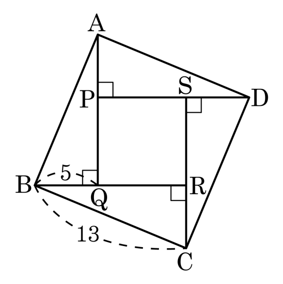
해설

$\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$

$\square BFGC - \square ACHI = \square ADEB$

따라서 구하는 넓이는 $\square ADEB = 25$ 이다.

12. 다음 그림의 □ABCD 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다. $\overline{BC} = 13$, $\overline{CR} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

△ABQ 에서 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BQ} = 5$ 이므로

$\overline{AB}^2 = \overline{BQ}^2 + \overline{AQ}^2$ $\quad \therefore\ \overline{AQ} = 12$,

$\overline{AP} = 5$ 이므로 □PQRS 에서 $\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$

$\therefore$ □PQRS $= 7 \times 7 = 49$

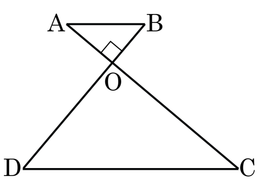
13. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$
② $2m+n$
③ $m+2n$
④ $2(m+n)$
⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$
$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$
$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$
$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

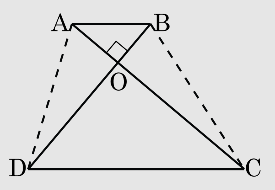
14. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127　② 130　③ 137

④ 140　⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①

$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

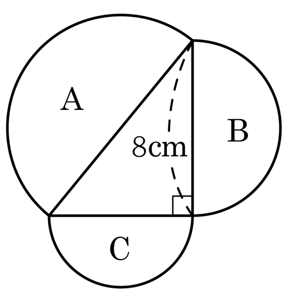
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

15. 다음 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그리고 각각의 넓이를 A, B, C 라고 할 때, $\mathrm{A} = \frac{25}{2}\pi$ 라고 한다. $A : B : C = 25 : b : c$ 에서 $b - c$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

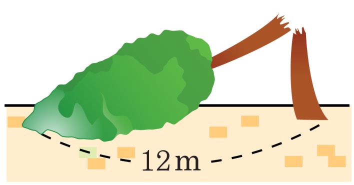
해설

지름이 8 인 반원의 넓이는 $4^2\pi \times \frac{1}{2} = 8\pi$

따라서 $\mathrm{C} = \mathrm{A} - \mathrm{B} = \left(\frac{25}{2} - 8\right)\pi = \frac{9}{2}\pi$ 이므로 $\mathrm{A} : \mathrm{B} : \mathrm{C} = \frac{25}{2} : 8 : \frac{9}{2} = 25 : b : c$

그러므로 $b - c = 16 - 9 = 7$

16. 지면 위에 똑바로 서 있던 높이가 18 m 인 나무가 다음 그림과 같이 부러졌다.



이때 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

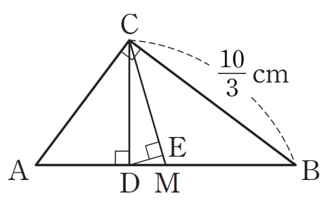
▷ 정답 : 5 m

해설

땅에서 부러진 곳까지의 거리를 x m 라 하면 부러진 곳에서 부터 나무 위쪽 끝까지의 거리는 $(18 - x)$ m 이므로
피타고라스 정리를 이용하여 식을 세우면
$12^2 + x^2 = (18 - x)^2$
$144 + x^2 = 324 - 36x + x^2$
$36x = 180$
$\therefore x = 5$
따라서 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이는 5 m 이다.

17.

오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$이고 $\overline{BC}=\frac{10}{3}$ cm인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 중점을 M, 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\triangle ABC$의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이고 $\overline{AD}$: $\overline{BD}=9$: 16일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{25}$

해설

$\triangle ABC$의 넓이가 $\frac{25}{6}$ cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\frac{10}{3}=\frac{25}{6}$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\frac{5}{2}$ (cm)

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{625}{36}$

$\therefore\ \overline{AB}=\frac{25}{6}$ (cm)

이때 점 M이 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times\frac{25}{6}=\frac{25}{12}$ (cm)

$\overline{AD}$: $\overline{BD}=9$: 16이므로

$\overline{AD}=\frac{9}{25}\overline{AB}=\frac{9}{25}\times\frac{25}{6}=\frac{3}{2}$ (cm)

$\therefore\ \overline{DM}=\overline{AM}-\overline{AD}=\frac{25}{12}-\frac{3}{2}=\frac{7}{12}$ (cm)

$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{AB}\times\overline{CD}$이므로

$\frac{5}{2}\times\frac{10}{3}=\frac{25}{6}\times\overline{CD}$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=2$ (cm)

$\triangle CDM$에서 $\overline{CD}^2=\overline{CE}\times\overline{CM}$이므로

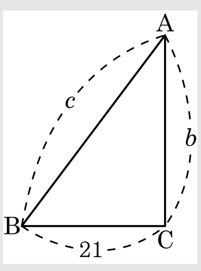
$2^2=\overline{CE}\times\frac{25}{12}$ $\quad\therefore\ \overline{CE}=\frac{48}{25}$ (cm)

18. 세 변의 길이가 모두 자연수이고, $\angle C = 90°$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{BC} < \overline{AC}$ 인 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 294

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ 라 하자. (단, b, c는 자연수이다.)

$c^2 = 21^2 + b^2$, $c^2 - b^2 = 21^2$

$(c-b)(c+b) = 3^2 \times 7^2$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times 21$ 이 최소가 되려면 b 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c+b > c-b$ 인 경우를 순서쌍 $(c+b,\ c-b)$ 로 나타내어 보면

$$(c+b,\ c-b) = (7^2,\ 3^2),\ (7^2 \times 3,\ 3),$$
$$(7 \times 3^2,\ 7),\ (7^2 \times 3^2,\ 1)$$

이때, b 의 값이 최소가 되는 경우는

$c + b = 7 \times 3^2$, $c - b = 7$ 이다.

$\therefore\ c = 35,\ b = 28$ ($b > 21$ 에 만족한다.)

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$\frac{1}{2} \times 21 \times 28 = 294$ 이다.

19. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

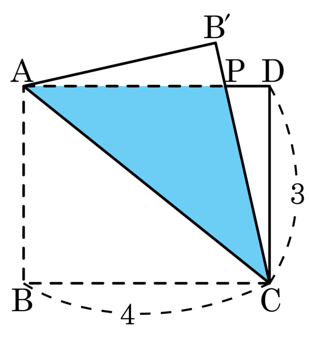
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 $(6,7,10)$

$\therefore$ (확률) $=\frac{1}{10}$

20. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 4 cm, 3 cm 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B′C 가 변 AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, △ACP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{75}{16}$ cm^2

해설

$\overline{AP}$ 의 길이를 $x$cm 라 하면

$\overline{PD} = 4 - x(\text{cm})$

△AB′P 와 △CDP 는 서로 합동이므로

$\overline{PD} = \overline{PB'} = 4 - x(\text{cm})$

$x^2 = (4 - x)^2 + 3^2$,$x = \frac{25}{8}$

(△ACP 의 넓이)

$= 6 - \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} \times 3 = \frac{75}{16}(\text{cm}^2)$