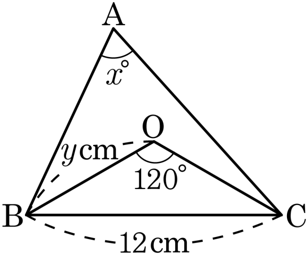
1. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BOC = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm, $\overline{BC} = 12$cm 일 때, $\angle BAC$ 는 $x°$ 이고, $\overline{OB}$ 는 $y$cm 이라고 한다. $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

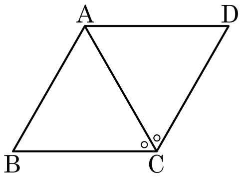
$\angle BAC = \dfrac{\angle BOC}{2} = \dfrac{120°}{2} = 60°$ 이므로 $x = 60°$

$\overline{OB} = \overline{OC}$, $\triangle OBC$ 의 둘레의 길이는 26cm

$\overline{OC} + \overline{OB} + \overline{BC} = y + y + 12 = 26$

$y = 7$, $x + y = 67$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCA = \angle DCA$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형인가?



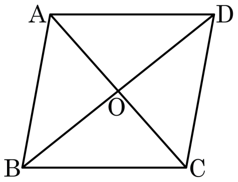
① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각), $\angle DCA = \angle CAB$ (엇각) 이고, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$는 이등변삼각형이다. $\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ $\therefore$ □ABCD는 마름모가 된다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

② $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle ADO = \angle DAO$

③ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

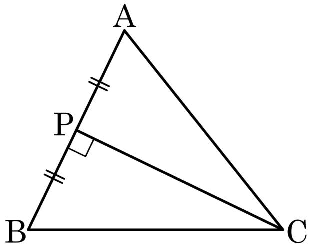
④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

해설

평행사변형이 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 수직이등분하고 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
또한 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으면 정사각형이다.

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 인 삼각형 ABC를 보고 옳은 것을 모두 골라라.



㉠ $\angle A = \angle B$	㉡ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형
㉢ $\angle ACP = \angle BCP$	㉣ $\overline{AC} \neq \overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

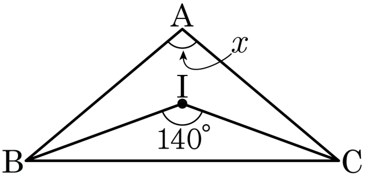
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACP = \angle BCP$

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



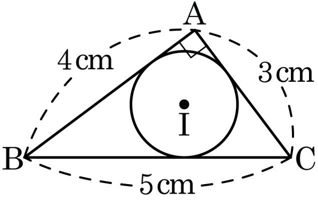
① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$90° + \dfrac{1}{2}\angle x = 140°$

$\therefore \angle x = 100°$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

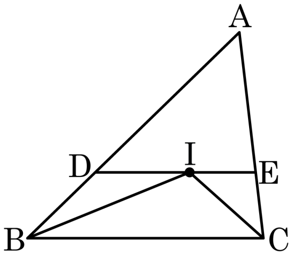
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

$(\triangle ABC$의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times r \times \triangle ABC$의 둘레의 길이이므로

$6 = \dfrac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5)$

$\therefore\ r = 1\text{cm}$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

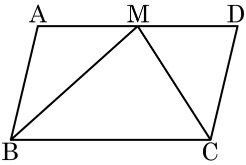


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} = 17(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 25cm 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC} = 17 + \overline{BC} = 25(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = 25 - 17 = 8(\text{cm})$ 이다.

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 선분 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이 되면 □ABCD 는 어떤 사각형인가?

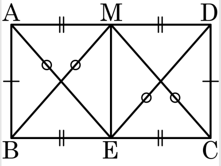


① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 직사각형

④ 마름모　⑤ 정사각형

해설

그림과 같이 $\overline{ME}$ 을 그리면,

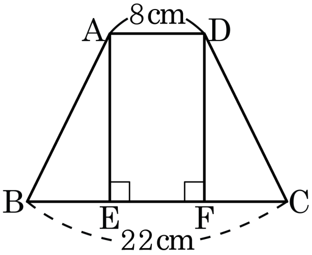


$\overline{BM} = \overline{AE}$ 이고, $\overline{CM} = \overline{DE}$ 이므로

□ABEM 과 □MECD 는 직사각형

$\therefore$ □ABCD 는 직사각형이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E, F 라 하자. $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 22\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 7 cm

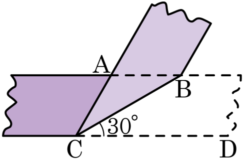
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$, $\overline{EF} = \overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로

$\overline{BE} + \overline{CF} + 8 = 22(\text{cm})$, $\overline{BE} = \overline{CF}$

$\therefore\ \overline{BE} = 7\text{cm}$

10. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$

④ $130°$ ⑤ $140°$

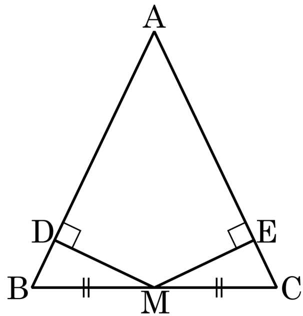
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$

$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM}=\overline{CM}$

② $\angle B=\angle C$

③ $\overline{BD}=\overline{CE}$

④ $\angle BMD=\angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB}=\overline{MC}$

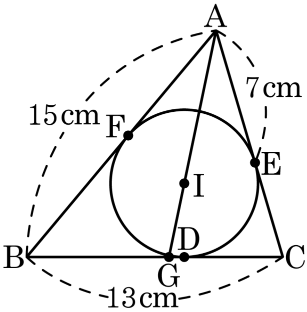
ii) $\angle B=\angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB=\angle MEC=90^\circ$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD}=\overline{ME}$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$

$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$

$\therefore\ \overline{AC} = 12\text{cm}$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로 $\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

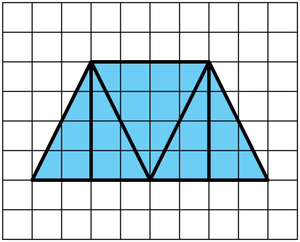
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$

$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$

$\therefore\ x = \frac{7}{9}$

따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

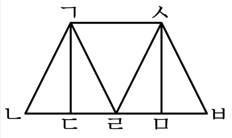
13. 다음 그림에서 평행사변형을 모두 몇 개나 찾을 수 있는가?



① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

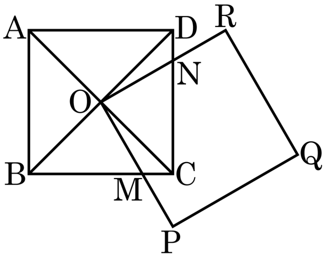
위의 그림을 다음과 같이 기호를 붙여보자.



평행사변형이 되는 사각형은

□ㄱㄴㄹㅇ, □ㄱㄹㅂㅇ, □ㄱㄷㅁㅇ 즉 3 개이다.

14. 오른쪽 그림에서 O 는 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이며 또, 두 정사각형 □ABCD 와 □OPQR 은 합동이다. □OPQR 이 점 O 를 중심으로 회전을 하며, $\overline{OP}$ 와의 교점 M 이 $\overline{BC}$ 위를 움직일 때, □OMCN 의 넓이는 얼마인가? (단, $\overline{AB} = 4\text{cm}$)



① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2 ④ 5cm^2 ⑤ 6cm^2

해설

△OMC 와 △OND 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$

$\angle OCM = \angle ODN = 45°$

$\angle COM = 90° - \angle CON = \angle DON$

$\therefore\ \angle COM = \angle DON$

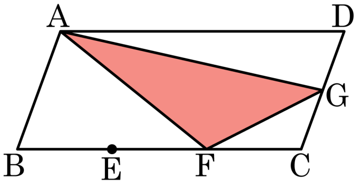
$\therefore$ △OMC ≡ △OND(SAS 합동)

즉, △OMC = △OND

따라서 □OMCN 의 넓이는 △OBC 의 넓이와 같다.

$\therefore$ □OMCN $= \dfrac{1}{4}$□ABCD $= 4(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$ ② $40\,\text{cm}^2$ ③ $60\,\text{cm}^2$

④ $80\,\text{cm}^2$ ⑤ $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$

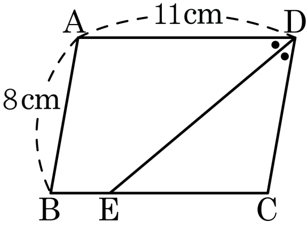
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

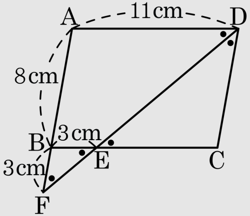
$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

16. 평행사변형 ABCD에서 $\angle ADE = \angle CDE$일 때, $\overline{BE}$의 길이는?



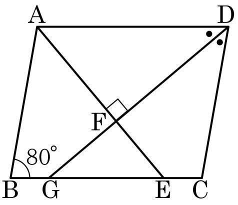
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\overline{DE}$의 연장선과 $\overline{AB}$가 만나는 점을 F라 하면
$\overline{BF} = \overline{BE} = 11 - 8 = 3(\text{cm})$이다.

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선에 내린 수선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, 수선의 발을 F, $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G 라고 한다. $\angle B = 80°$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{50\,°}$

해설

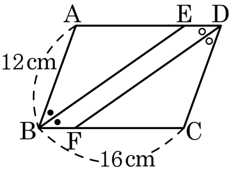
$\angle B = \angle D = 80°$ 이므로 $\angle ADG = \dfrac{1}{2}\angle D = 40°$

$\angle ADG = \angle DGE$ (엇각)

$\triangle FGE$ 에서

$\angle AEB = 180° - (90° + 40°) = 50°$

18. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 □EBFD 의 넓이의 몇 배인가?

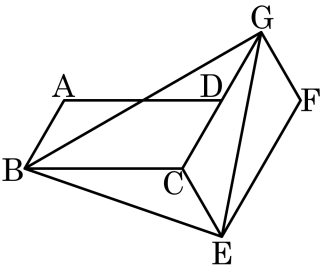


① 2배 ② 4배 ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 3배

해설

△ABE와 △CDF는 이등변삼각형이므로
$\overline{AE} = \overline{AB} = 12\ (\text{cm})$, $\overline{CF} = \overline{CD} = 12\ (\text{cm})$
$\therefore\ \overline{ED} = \overline{BF} = 16 - 12 = 4\ (\text{cm})$
□ABCD 와 □EBFD 의 높이는 같으므로 □ABCD 의 넓이는 □EBFD 의 넓이의 $\frac{16}{4} = 4$ (배) 이다.

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CG}} = 2\overline{\mathrm{CE}}$, $\angle \mathrm{B} = 60°$ 일 때, 삼각형 BEG 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 60

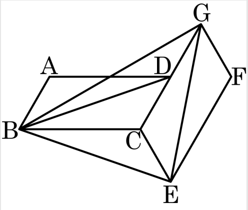
해설

사각형 ABCD, CEFG 는 넓이가 30 인 같은 평행사변형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CG}} = 2\overline{\mathrm{CE}}$ 이므로 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이다.

$\angle \mathrm{BCD} = 180 - 60 = 120°$ 이고 평행사변형 ABCD 와 CEFG 는 합동이므로

$\angle \mathrm{GCE} = \angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{BCE} = 120°$

다음과 같이 꼭짓점 B, D 를 잇는 대각선을 그으면



$\triangle \mathrm{BCD}$ 와 $\triangle \mathrm{BCE}$ 에서 $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\angle \mathrm{BCD} = \angle \mathrm{BCE} = 120°$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 는 공통이므로

$\triangle \mathrm{BCD} \equiv \triangle \mathrm{BCE}$ (SAS 합동)

이때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 30 이므로 $\triangle \mathrm{BCE} = \triangle \mathrm{BCD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

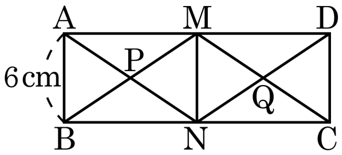
$\therefore\ \triangle \mathrm{CEG} = \frac{1}{2} \square \mathrm{CEGF} = 15$

$\overline{\mathrm{CG}} = 2\overline{\mathrm{CE}} = 2\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로

$\triangle \mathrm{BCG} = 2 \times \triangle \mathrm{BCD} = 30$

따라서 $\triangle \mathrm{BEG} = \triangle \mathrm{BCE} + \triangle \mathrm{CEG} + \triangle \mathrm{BCG} = 15 + 15 + 30 = 60$ 이다.

20. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 18\,\text{cm}$ 이다. 점 M, N 이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점일 때, □MPNQ 의 넓이를 바르게 구한것은?



① $18\,\text{cm}^2$ ② $21\,\text{cm}^2$ ③ $24\,\text{cm}^2$

④ $27\,\text{cm}^2$ ⑤ $30\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{AM}$ 이므로

$\triangle MPN = \dfrac{1}{4}\square ABNM$

$\square MPNQ = \dfrac{1}{4}\square ABCD$

$= \dfrac{1}{4} \times 18 \times 6$

$= 27\,(\text{cm}^2)$