

1. 이차방정식 $x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $ab(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$(x - a)(x - b) = 0$$

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0$$

$$a + b = 7, ab = 2$$

$$\therefore ab(a + b) = 14$$

2. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9

② 13

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

$x = 2$ 가 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2(2^2) - 2a + 5a + 4 = 0$$

$$3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\therefore a^2 = (-4)^2 = 16$$

3. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - 4x = -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 1$$

4. 이차방정식 $2x^2 + 6x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = 12$$

5. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m

② 125m

③ 150m

④ 175m

⑤ 200m

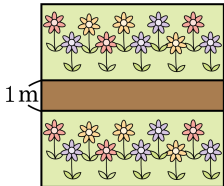
해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

6. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30 m^2 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = x(x - 1)$$

$$x(x - 1) = 30$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$

7. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 α 일 때, $\frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

① 6

② 4

③ 2

④ 0

⑤ -2

해설

이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면,

$$\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow 1 + \alpha = \alpha^2, \quad 1 - \alpha^2 = -\alpha$$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha}{-\alpha} = 1 + 3 = 4$$

8. 이차방정식 $15 - x = (x - 3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p + 2q$ 의 값을 구하여라. (단, $p > q$)

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p = 6, q = -1$$

$$\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$$

9. x 에 관한 이차방정식 $3mx^2 - 13mx - m + n = 0$ 의 한 근이 4 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{3}$

해설

주어진 식에 $x = 4$ 를 대입하면

$$48m - 52m - m + n = 0$$

$$n - 5m = 0 \quad \therefore n = 5m$$

$$3mx^2 - 13mx + 4m = 0$$

$$m(3x^2 - 13x + 4) = 0$$

$$(x - 4)(3x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

10. 이차방정식 $2x^2 - (k+3)x + 2k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - (k+3)x + 2k &= 2(x-a)^2 \\ &= 2x^2 - 4ax + 2a^2 = 0 \end{aligned}$$

$$k+3 = 4a, \quad 2a^2 = 2k$$

$$(k+3)^2 = 16k$$

$$k^2 - 10k + 9 = 0$$

$$(k-1)(k-9) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 9$$

$$\therefore 1 \times 9 = 9$$

11. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

12. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 3x + 3 = 0$

② $3x^2 + 2x - 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

① $D = 9 - 12 < 0$ 이므로 해가 없다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

13. 이차방정식 $x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 작은 값이 이차방정식 $ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0$ 의 한 근일 때, 음수 a 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = a^2 - 2k - 3 = 0$$

$$k = -1, 3$$

$$ax^2 - 2x + a^2 - 4 = 0 \text{ 에 } x = -1 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = -2, 1$$

$$\therefore a = -2 (\because a < 0)$$

14. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 - a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (3 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

15. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $-1, 2$ 일 때, 이차방정식 $px^2 + qx + 2 = 0$ 의 두 근의 합은?
(단, p, q 는 상수)

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{p}{2}$, 두 근의 곱은 $\frac{q}{2}$

$$2 + (-1) = -\frac{p}{2}, \quad 2 \times (-1) = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -2, \quad q = -4$$

이차방정식 $-2x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서

$$\text{두 근의 합은 } -\frac{(-4)}{(-2)} = -2$$

16. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

17. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$

양변에 2를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

18. 이차방정식 $(x - 11)^2 = \frac{a - 7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a - 7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a - 7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

19. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.
이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

20. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \quad \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

21. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$10k = 2a$ 이므로

$k = 1$ 일 때 $a = 5$

$k = -1$ 일 때 $a = -5$

$$\therefore a = \pm 5$$

22. 어떤 모임의 회원 n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수가 90 가지 일 때, 모임의 회원 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 10명

해설

n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 90$$

$$n^2 - n - 90 = 0 \text{ 이고,}$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 10$ (n 은 자연수) 이다.

23. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제공은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?

① 12월 3일

② 12월 4일

③ 12월 5일

④ 12월 6일

⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$(x-1)^2 = x + (x+1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4 \text{ (일)}$$

따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.