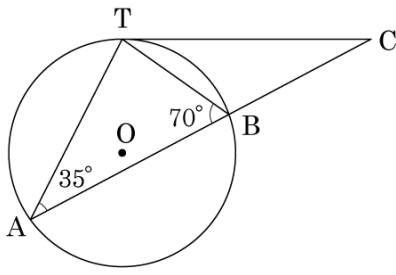


1. 다음 그림에서 $\overline{TC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle TAB = 35^\circ$, $\angle ABT = 70^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?

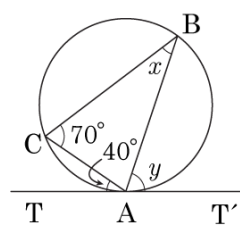


- ① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$$\begin{aligned} \angle BAT &= \angle BTC = 35^\circ \\ \angle TCB + \angle CTB &= \angle TCB + 35^\circ = 70^\circ \\ \therefore \angle TCB &= 35^\circ \end{aligned}$$

2. $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\angle x + \angle y =$ () $^{\circ}$ 이다. ()에 알맞은 값을?



- ① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

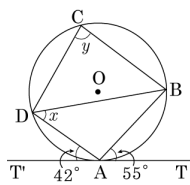
해설

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 현에 대한 원주각의 크기와 같다.

$$y = 70^{\circ}, x = 40^{\circ}$$

$$\therefore x + y = 110^{\circ}$$

3. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 점 A 는 그 접점이다.
 $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하면?

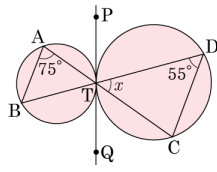


- ① 140° ② 148° ③ 152° ④ 160° ⑤ 164°

해설

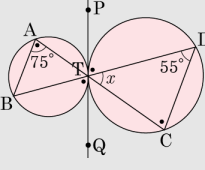
$$\begin{aligned} \angle BAT &= \angle x = 55^\circ \\ \angle DAT' &= \angle DBA = 42^\circ \\ \angle DAB &= 180^\circ - 55^\circ - 42^\circ = 83^\circ \\ \therefore \angle y &= 180^\circ - 83^\circ = 97^\circ \\ \angle x + \angle y &= 55^\circ + 97^\circ = 152^\circ \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고 $\angle BAT = 75^\circ$, $\angle CDT = 55^\circ$ 일 때, $\angle CTD$ 의 크기는?



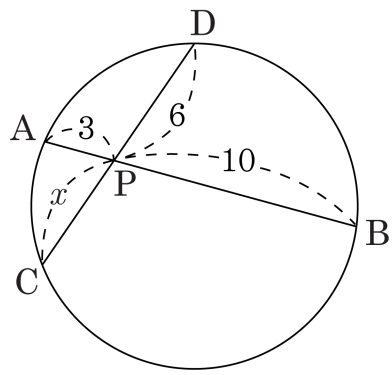
- ① 45° ② 50° ③ 55° ④ 65° ⑤ 75°

해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각의 성질에 따라
 $\angle DCT = 75^\circ$, $\triangle DCT$ 에서 $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

5. 다음 그림에서 x 의 값은?



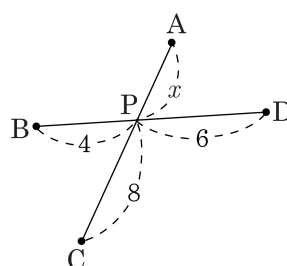
- ① 4 ② 4.5 ③ 5 ④ 5.5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 3 \times 10 &= 6 \times x \\ 6x &= 30 \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

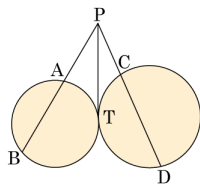
- ① 2 ② 3
 ③ 4 ④ 5



해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

7. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 두 원의 공통접선이고 $\overline{PA} = 4$, $\overline{PC} = 3$, $\overline{CD} = 9$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

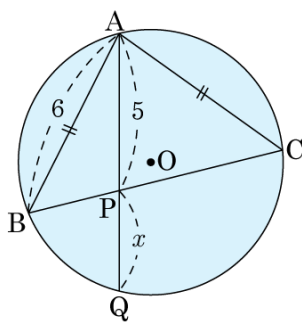


- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 9 ⑤ 12

해설

$\overline{AB} = x$ 라 놓으면,
 $4(x + 4) = 12 \times 3$
 $x = 5$
 $\therefore \overline{AB} = 5$

8. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{11}{5}$

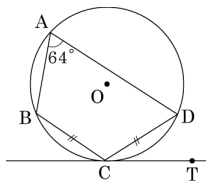
해설

$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$ 이므로

$36 = 5(5 + x)$

$\therefore x = \frac{11}{5}$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle BAD = 64^\circ$ 일 때, $\angle DCT$ 의 크기를 구하여라. (단, $\overleftrightarrow{CT}$ 는 접선이다.)

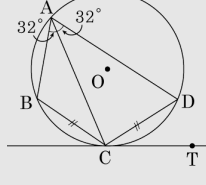


▶ 답: 1

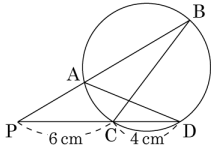
▶ 정답 : 32°

해설

그림과 같이 점 A 와 점 C 를 이으면 $\angle BAC = \angle DAC = 32^\circ, \angle DCT = \angle DAC = 32^\circ$



10. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이다. $\overline{PA} : \overline{AB} = 3 : 7$ 이고 $\overline{PC} = 6\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle PBC$ 와 $\triangle PDA$ 의 넓이의 비는?



- ① 2 : 1 ② 3 : 1 ③ 3 : 2 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

해설

$\angle PBC = \angle PDA$, $\angle P$ 는 공통

$\triangle PBC \sim \triangle PDA$ (AA닮음)

$\overline{PA} = 3x$, $\overline{PB} = 10x$ 라 하면

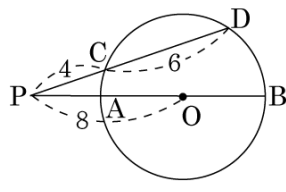
$$3x \times 10x = 6 \times (6 + 4)$$

$$30x^2 = 60 \quad \therefore x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

$$\therefore \overline{PA} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\triangle PBC : \triangle PDA = \overline{PC}^2 : \overline{PA}^2 = 36 : 18 = 2 : 1$$

11. 다음 그림에서 원 O의 지름 AB와 현 CD의 연장선의 교점을 P라 하고, $\overline{PO} = 8$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{PC} = 4$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

반지름의 길이를 r 라 하면

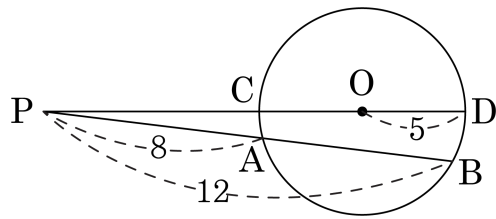
$$\overline{PA} = 8 - r, \overline{PB} = 8 + r$$

$$4 \times 10 = (8 - r)(8 + r), 64 - r^2 = 40$$

$$r^2 = 24$$

$$\therefore r = 2\sqrt{6} (\because r > 0)$$

12. 다음 그림에서 $\overline{PO}$ 의 길이를 구하여라.



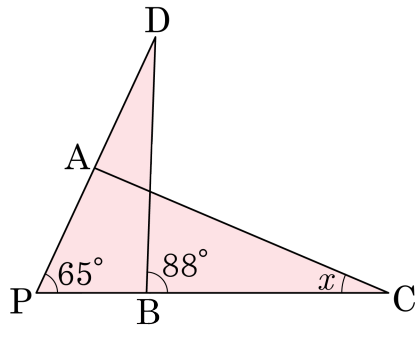
▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{PO} = x$ 라면 $\overline{PC} = x - 5$, $\overline{PD} = x + 5$
 $(x - 5)(x + 5) = 8 \times 12$
 $x^2 - 25 = 96$, $x^2 = 121$
 $\therefore x = 11$

13. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원에 있기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

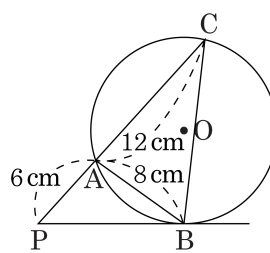
▶ 정답 : 23°

해설

5.0ptAB 에 대한 원주각이 같아야 하므로
 $\angle x = \angle PDB = \angle DBC - \angle DPB$

14. 다음 그림에서 직선 PB는 원 O의 접선이
고 $\overline{PA} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$
일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

- ① $5\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$
③ $7\sqrt{3}\text{cm}$ ④ $8\sqrt{3}\text{cm}$
⑤ $9\sqrt{3}\text{cm}$



해설

$$\overline{PB}^2 = 6 \times 18 = 108, \overline{PB} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$\triangle BPA \sim \triangle CPB$$

$$\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{AB} : \overline{BC}$$

$$6 : 6\sqrt{3} = 8 : \overline{BC}$$

$$6\overline{BC} = 48\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BC} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

15. 다음 보기에서 $\overline{PT}$ 가 $\triangle ABT$ 의 외접원의 접선이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

보기

㉠

㉡

㉢

㉣

㉤

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

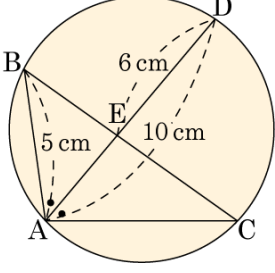
▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $(4)^2 \neq 2 \times 10$ 이므로 $\overline{PT}^2 \neq \overline{PA} \times \overline{PB}$

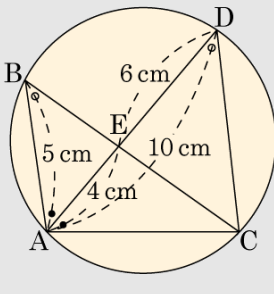
㉢ $(9)^2 \neq 5 \times 16 = 80$ 이므로 $\overline{PT}^2 \neq \overline{PA} \times \overline{PB}$

16. 그림에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이고, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{DE} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



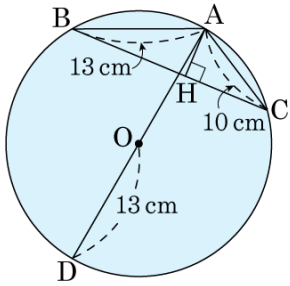
- ☒ ① 8cm ② 7.5cm ③ 7cm
☐ ④ 6.5cm ⑤ 6cm

해설



$\angle BAD = \angle CAD$
 $\angle ABC = \angle ADC$ (5.0pt $\widehat{AC}$ 에 대한 원주각)
 $\triangle BAE \sim \triangle DAC$ (AA답음)
 $\overline{BA} : \overline{DA} = \overline{AE} : \overline{AC}$
 $5 : 10 = 4 : \overline{AC} \quad \therefore \overline{AC} = 8\text{cm}$

17. 다음 그림에서 반지름의 길이가 13cm 인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. AD 가 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b$ 에서 $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 69

해설

점 B와 D를 연결하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AHC$ 에서 $13 : 26 = \overline{AH} :$

10 , $\overline{AH} = 5\text{ cm}$ 이다.

$\triangle ABH$ 가 직각삼각형이므로

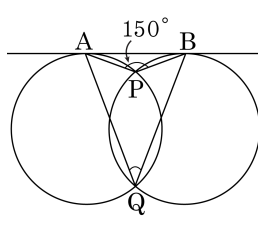
$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{ cm}$ 이고,

$\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\text{ cm}$ 이다.

따라서 $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b = 12 : 5\sqrt{3}$, $a = 12$, $b = 5\sqrt{3}$ 이고,

$a^2 - b^2 = 144 - 75 = 69$ 이다.

18. 다음 그림에서 직선 AB는 두 원의 공통접선이고, 점 P, Q는 두 원의 교점이다.
 $\angle APB = 150^\circ$ 일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.

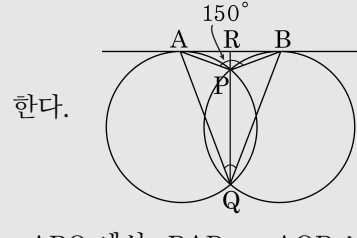


▶ 답: 0

▶ 정답 : 30°

해설

두 점 P, Q를 지나는 직선을 긋고, 직선 AB와의 교점을 R라



한다.

$\triangle APQ$ 에서 $\angle PAR = \angle AQP$ 이고

$\triangle BPQ$ 에서 $\angle PBR = \angle BQP$ 이므로

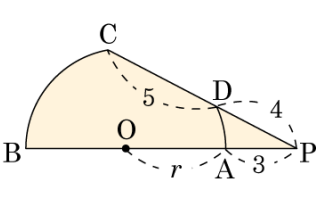
$\triangle BPQ$ 에서
 $\triangle APR$ 에서

$$\angle PAR + \angle PBR = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$\angle PAR + \angle PBR = 180^\circ -$$

$$\begin{aligned} \angle AQP &= \angle AQP + \angle BQP \\ &= \angle PAB + \angle PBB = 30^\circ \end{aligned}$$

19. 다음은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 를 현 CD 를 따라 자른 도형이다. 반원 O 의 지름과 현의 연장선이 만나는 점을 P 라 할 때 반원의 반지름 r 를 구 하면?



- ① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5.5 ⑤ 6

해설

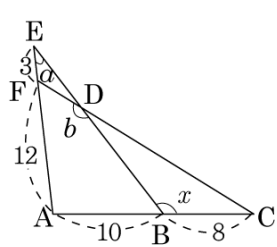
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC} \text{ 이므로 } 3(3 + r + r) = 4(4 + 5)$$

$$9 + 6r = 36$$

$$6r = 27$$

$$\therefore r = 4.5$$

20. 다음 그림에서 $\overline{EF} = 3$, $\overline{AF} = 12$, $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 8$ 이다. $\angle DEF = a$, $\angle FDB = b$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 a , b 에 관한 식으로 나타내어라.



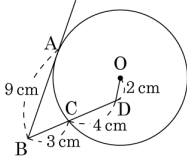
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle x = b - a$

해설

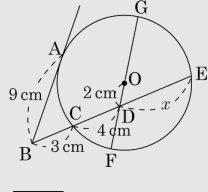
$12 \times (12 + 3) = 180$
 $10 \times (10 + 8) = 180$
 $\overline{AF} \times \overline{AE} = \overline{AB} \times \overline{AC}$ 이므로 네 점 B, C, E, F 는 한 원 위에 있다.
 $\therefore \angle DCB = \angle FED = a$
 $\triangle DBC$ 에서 $b = \angle x + a$
 $\therefore \angle x = b - a$

21. 다음 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A 에서 접선 AB 를 긋고 원의 내부의 한 점 D 와 점 B 를 이은 선분이 원과 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{OD} = 2$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



- ① $2\sqrt{21}$ ② $2\sqrt{22}$ ③ $2\sqrt{23}$ ④ $4\sqrt{6}$ ⑤ 10

해설



$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \times \overline{BE}$$

$$81 = 3 \times (3 + 4 + x)$$

$$7 + x = 27 \quad \therefore x = 20$$

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{DG} = r + 2, \overline{DF} = r - 2$$

$$\overline{DG} \times \overline{DF} = \overline{DC} \times \overline{DE}$$

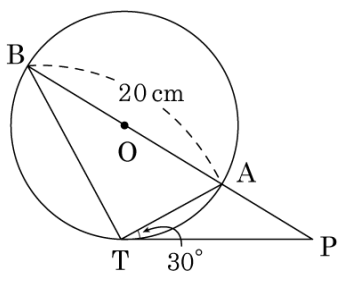
$$(r + 2)(r - 2) = 4 \times 20$$

$$r^2 = 80 + 4 = 84$$

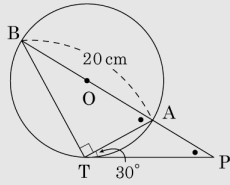
$$\therefore r = 2\sqrt{21}$$

22. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 의 접선이고 $AB = 20\text{ cm}$, $\angle PTA = 30^\circ$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?

- ① 10 cm ② 12 cm
 ③ 15 cm ④ $10\sqrt{3}\text{ cm}$
 ⑤ $12\sqrt{3}\text{ cm}$



해설



$\angle ATP = \angle ABT = 30^\circ$ 이므로 $\angle BAT = 60^\circ$

$1 : 2 = \overline{AT} : 20$

$\therefore \overline{AT} = 10(\text{cm})$

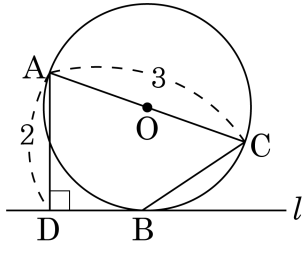
$\angle ATP = 30^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이므로 $\angle APT = 30^\circ$,

$\triangle ATP$ 가 이등변삼각형이므로 $\overline{AP} = \overline{AT} = 10(\text{cm})$

$\overline{PT}^2 = 10 \times (10 + 20) = 300$

$\therefore \overline{PT} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원 O 는 직선 l 과 점 B 에서 접한다. 점 A 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 D 라 하고 $\overline{AD} = 2$, $\overline{AC} = 3$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

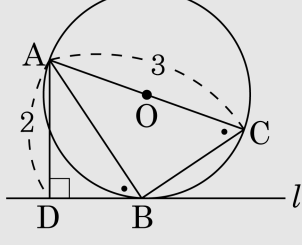


▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

보조선 AB 를 그으면



$$\angle ABC = 90^\circ$$

또, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle ABD = \angle ACB$$

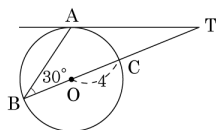
이므로 $\triangle ACB \sim \triangle ABD$ (AA 닮음)

$$\overline{AC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AD} \text{ 에서}$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC} \times \overline{AD} = 3 \times 2 = 6 \quad \therefore \overline{AB} = \sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{6})^2} = \sqrt{3}$$

24. 직선 AT 는 점 A 를 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. 반지름의 길이가 4 이고, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BAT$ 의 크기를 구하고 $\triangle ABT$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



▶ 답: 1

▶ 답: ①

▶ 정답 : 120°

▶ 정답 : 이등변삼각형

해설

보조선 AC 를 연결하면

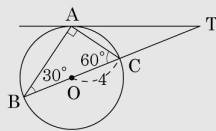
지름 BC 에 대한 원주각은 90° 이므로

$$\angle BAC = 90^\circ$$

$\overline{AT}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle ABC = \angle TAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle \text{BAT} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$

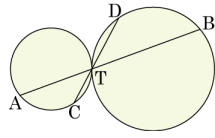


삼각형 ABT 의 외각의 성질에 의하여

$$\angle BTA = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$$

따라서 $\triangle ABT$ 는 양 끝 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.

25. 다음 그림과 같이 점 T에서 두 원이 접하고, $\overline{AT} = 4$, $\overline{BT} = 6$, $\overline{CT} = 2$ 일 때, 선분 DT의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 원의 공통외접선 PQ를 그으면
 $\angle ATP = \angle ACT$, $\angle QTB = \angle BDT$ 이므로
 $\angle ACT = \angle BDT$
또, $\angle ATC = \angle BTD$ 이므로 $\triangle TAC \sim \triangle TBD$
따라서 $\overline{DT} = \frac{\overline{BT} \cdot \overline{CT}}{\overline{AT}} = 3$