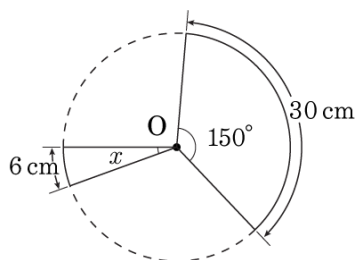


1. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?

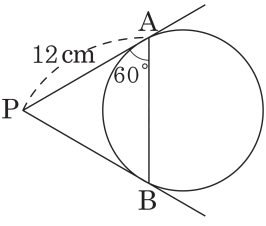


- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$$\begin{aligned}x : 150^\circ &= 6 : 30 \\30x &= 900^\circ \\\therefore x &= 30^\circ\end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선 이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



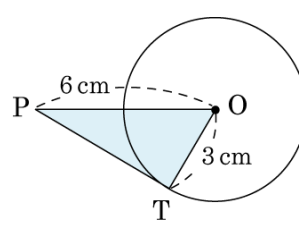
- ① $12\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$ ③ 6cm
④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 이다.

3. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?
(단, $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선)

- ① $\frac{5}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $3\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ $\frac{7}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$ ④ $4\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$

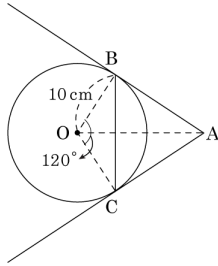


해설

$$\angle T = 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{PT} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore 3\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

4. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120^\circ$, $\overline{BO} = 10\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

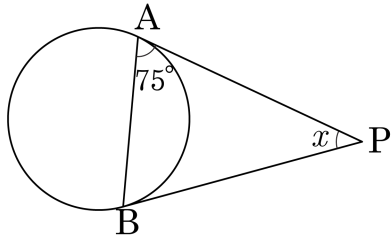


- ① $\overline{AB} = \overline{AC}$ ② $\overline{AO} = 20\text{cm}$
 ③ $\overline{AB} = 13\text{cm}$ ④ $\angle BAO = 30^\circ$
 ⑤ $\triangle OAB \equiv \triangle OAC$

해설

$\angle BAO = 30^\circ$ 이므로
 $1 : \sqrt{3} = 10 : \overline{AB} \quad \therefore \overline{AB} = 10\sqrt{3}\text{cm}$

5. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 점 A,B 를 각각 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. $\angle BAP$ 의 크기가 75° 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

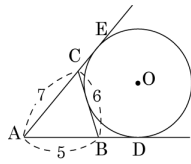
▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\angle x = 180^\circ - 75^\circ \times 2 = 30^\circ$$

6. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{AC} = 7$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \overline{BD} &= x, \overline{CE} = 6 - x \\ 7 + 6 - x &= 5 + x \\ \therefore x &= 4 \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F는 접점이다. 다음은 $AB = 7$, $BC = 9$, $CA = 8$ 일 때, CF 의 길이를 구하는 과정이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

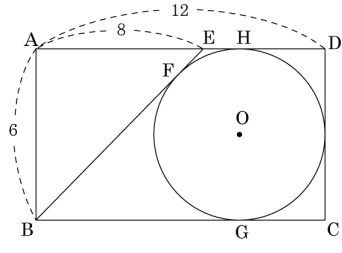
$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CE} = x$ 이고
 $\overline{AF} = (\text{㉠})$, $\overline{BE} = (\text{㉡})$
 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
 $\overline{AB} = (\text{㉠}) + (\text{㉡}) = 7$
 $\therefore x = (\text{㉢})$

- ① ㉠ $8 - x$ ② ㉡ $9 - x$ ③ ㉢ 5
 ④ ㉣ $\overline{BD} = 3$ ⑤ $\overline{BE} = 4$

해설

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 3, \overline{BD} = 7 - \overline{AD} = 7 - \overline{AF} = 7 - 3 = 4$$

8. 다음 그림과 같이 원 O는 직사각형 ABCD의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하고, 점 F는 접점이다. $AB = 6, BC = 12, AE = 8$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{AE} = 8$ 이므로 $\overline{ED} = 4$, 외접하는 사각형의 성질에 의해

$$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{CD} + \overline{BE}$$

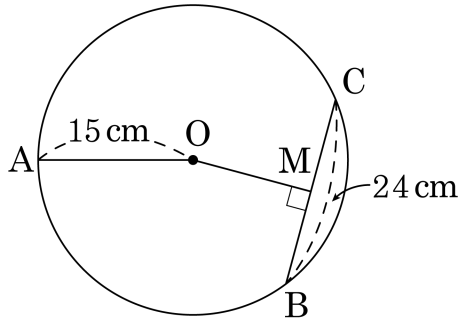
$$4 + 12 = 6 + \overline{BE}$$

$$\therefore \overline{BE} = 10$$

$$\text{또한, } \overline{ED} = 4, \overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 3 \therefore \overline{EH} = \overline{EF} = 1$$

따라서, $\overline{BF} = 10 - 1 = 9$ 이다.

10. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{OA} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 24\text{ cm}$ 일 때, $\overline{OM}$ 의 길이를 구하여라.



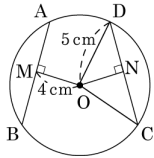
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9cm

해설

$\overline{OM} \perp \overline{BC}$ 이므로
 $\overline{BM} = \overline{CM} = 12(\text{cm})$, $\overline{OB} = 15\text{ cm}$
 $\therefore \overline{OM} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$

11. 다음 그림의 원 O에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{OD} = 5\text{cm}$, $\overline{OM} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.



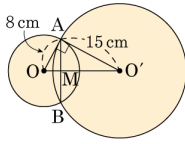
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 12 cm^2

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{ON} = \overline{OM} = 4\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{DN} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림에서 두 원 O, O' 의 반지름의 길이는 각각 8cm, 15cm 이고 $\angle OAO' = 90^\circ$ 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



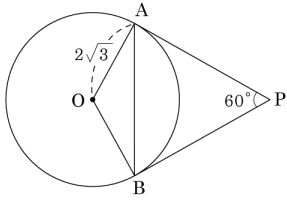
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{240}{17}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{OO'} &= \sqrt{15^2 + 8^2} = 17(\text{cm}) \\ 8 \times 15 \times \frac{1}{2} &= 17 \times \overline{AM} \times \frac{1}{2}, \\ \overline{AM} &= \frac{120}{17}(\text{cm}) \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AM} = \frac{240}{17}(\text{cm})\end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 두 선분 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AO} = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $\angle APB = 60^\circ$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 둘레의 길이는?



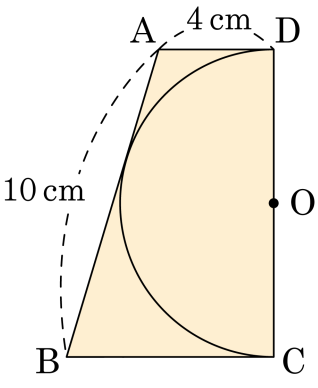
- ① 12cm ② 18cm ③ 36cm ④ 48cm ⑤ 60cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\angle PAB = \angle PBA = 60^\circ$
 $\overline{OP}$ 를 연결하면 직각삼각형 $\triangle OAP$ 에 의해서

$\overline{OA} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = 2\sqrt{3} : \overline{AP}$
 $\therefore \overline{AP} = 6\text{ cm}$
 따라서 $\triangle ABP$ 는 정삼각형이므로
 $\triangle ABP$ 의 둘레의 길이는 $6 \times 3 = 18(\text{cm})$ 이다.

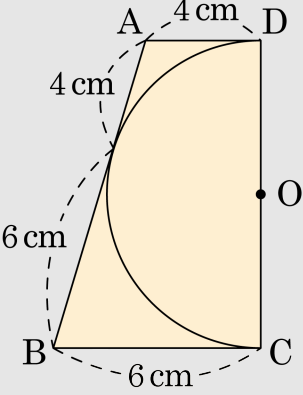
14. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



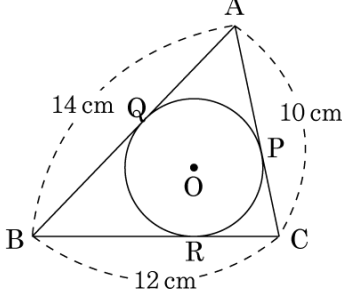
- ① 4cm
- ② 6cm
- ③ $4\sqrt{2}$ cm
- ④ $2\sqrt{2}$ cm
- ⑤ $\sqrt{11}$ cm

해설

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DA}$ 가 원 O 에 접하므로



15. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원일 때, $\overline{BR}$ 의 길이를 구하여라.



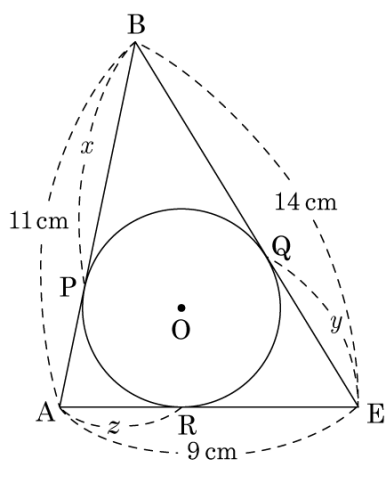
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{BR} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BR} = \overline{BQ} = x\text{cm}$ 이므로
 $\overline{CR} = \overline{CP} = (12 - x)\text{cm}$ 이고,
 $\overline{AQ} = \overline{AP} = (14 - x)\text{cm}$ 이다.
 $\overline{AC} = \overline{AP} + \overline{CP}$ 이므로 $10 = (14 - x) + (12 - x)$ 이므로 $x = 8\text{cm}$ 이다.

16. 원 O 는 $\triangle ABC$ 에 내접한다고 한다. 점 P, Q, R 는 각 변의 접점이고, $\overline{AB} = 11\text{ cm}$, $\overline{BC} = 14\text{ cm}$, $\overline{AC} = 9\text{ cm}$ 라고 할 때, $2x + 2y + 2z$ 의 값은?

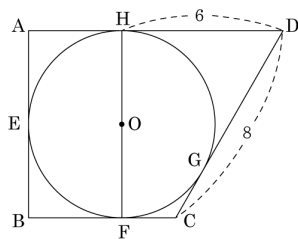


- ① 35 (cm) ② 34 (cm) ③ 33.5 (cm)
 ④ 33 (cm) ⑤ 32 (cm)

해설

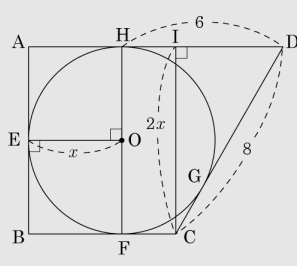
$\overline{PQ} = \overline{PB}$, $\overline{PA} = \overline{AR}$, $\overline{RE} = \overline{QE}$ 이므로
 $2x + 2y + 2z = 34(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같이 원 O의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 8$, $\overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

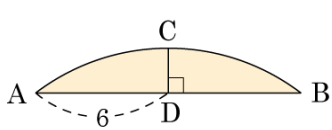


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고
 $\overline{DI} = 4$

$$\triangle \text{CDI} \text{ 에서 } (2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$$

18. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

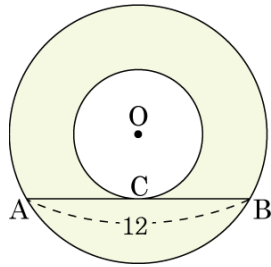
원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{AO^2 - AD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

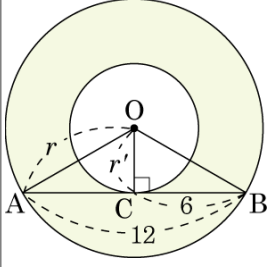
19. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



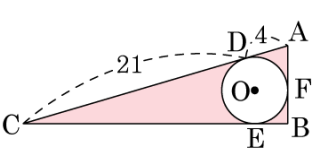
- ① 20π ② 25π ③ 30π ④ 36π ⑤ 40π

해설

큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 이라고 하자.
 $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6$
 직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 6^2$
 (색칠한 부분의 넓이) $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 36\pi$



20. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

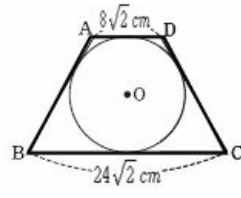


- ① $64 - \frac{9}{4}\pi$
 ② $72 - 4\pi$
 ③ $84 - 9\pi$
- ④ $90 - \frac{9}{4}\pi$
 ⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,
 $\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$
 $(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$
 $\therefore x = 3$
 따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$
 그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

21. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

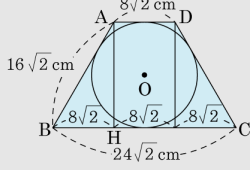
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

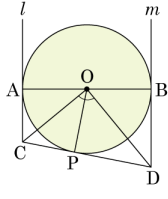
$$\overline{AH} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \text{원의반지름은 } 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



22. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 양 끝점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D라고 할 때, 옳지 않은 것은?

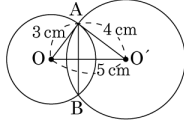


- ① $\triangle AOC \equiv \triangle POC$
- ② $\angle AOC = \angle POC$
- ③ $\triangle BOD \equiv \triangle POD$
- ④ $\angle BOD = \angle POD$
- ⑤ $\angle COP = \angle DOP$

해설

$\triangle AOC \equiv \triangle POC$ 이므로 $\angle AOC = \angle POC$
 $\triangle BOD \equiv \triangle POD$ 이므로 $\angle BOD = \angle POD$

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm 인 두 원이 두 점 A, B에서 만나고 중심 사이의 거리가 5cm 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{O'A}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90^\circ$

점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

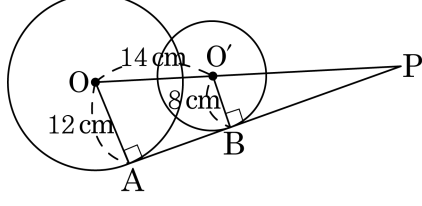
$$\triangle AOO' = \frac{1}{2}\overline{OA} \times \overline{O'A} = \frac{1}{2}\overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$\text{즉, } \overline{OA} \times \overline{O'A} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$$

$$3 \times 4 = 5\overline{AH}, \quad \overline{AH} = 2.4 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 4.8 \text{ (cm)}$$

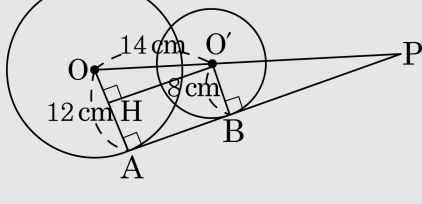
24. 다음 그림과 같이 두 원 O , O' 의 반지름의 길이가 각각 12cm, 8cm 이고 원의 중심 사이의 거리가 14cm 일 때, 선분 PA의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

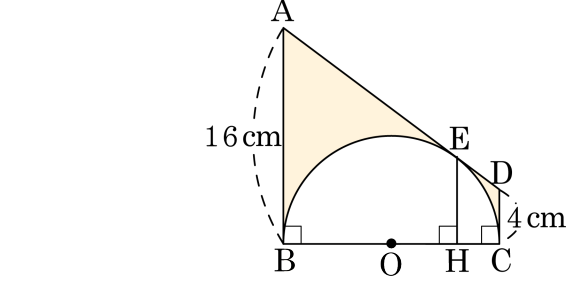
▷ 정답 : $18\sqrt{5}$ cm

해설



다음 그림과 같이 원 O' 에서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\overline{OH} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$
 $\overline{O'H} = \overline{AB}$ 이고 $\triangle OHO'$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{O'H} = \sqrt{14^2 - 4^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{O'H} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$
이 때 $\triangle PAO \sim \triangle PBO'$ (AA닮음) 이므로
 $\overline{PB} : \overline{PA} = \overline{O'B} : \overline{OA}$ 에서
 $(\overline{PA} - 6\sqrt{5}) : \overline{PA} = 8 : 12$
 $\therefore \overline{PA} = 18\sqrt{5}(\text{cm})$

25. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, E 라고 한다. $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$ 이고, 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{EH}$ 의 길이를 구하여라.

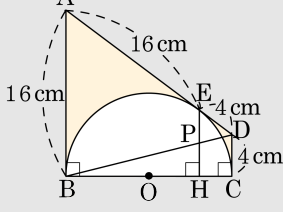


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{32}{5}$ cm

해설

다음 그림과 같이 점 B 와 점 D 를 연결하는 보조선을 긋고 $\overline{BD}$ 와 $\overline{EH}$ 의 교점을 P 라고 하자.



$$\overline{AB} = \overline{AE}, \overline{DC} = \overline{DE}$$

$\overline{AB} // \overline{EP} // \overline{DC}$ 이므로

$\triangle ABD \sim \triangle EPD$, $\triangle BCD \sim \triangle BHP$

$\triangle ABD \sim \triangle EPD$ 에서 $\overline{DE} : \overline{DA} = \overline{EP} : \overline{AB}$,

$$4 : 20 = \overline{EP} : 16$$

$$\therefore \overline{EP} = \frac{16}{5}(\text{cm})$$

또, $\triangle BCD \sim \triangle BHP$ 에서 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PH} : \overline{CD}$ 이고, $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 이므로 $16 : 20 = \overline{PH} : 4$

$$\therefore \overline{PH} = \frac{16}{5}(\text{cm})$$

따라서 $\overline{EH} = \overline{EP} + \overline{PH} = \frac{32}{5}(\text{cm})$ 이다.